CAPITOLO 15

Visibilità del collasso

Nella trattazione dei buchi neri che abbiamo fatta fin qui ci sono diversi punti che meritano discussione. Il primo riguarda gli aspetti osservativi: come apparirebbe il collasso di una stella a un osservatore esterno?

Supponiamo che la nostra stella emetta luce dalla superficie: dobbiamo aspettarci che accada qualcosa di simile a quello che abbiamo visto al Cap. 8 per la caduta libera di una sorgente puntiforme. Sappiamo che per un osservatore posto a grande distanza l'intensità della luce ricevuta, quando la sorgente si approssima all'orizzonte, non si annulla mai, ma decade esponenzialmente, con costante di tempo M (GM/c^3 in unità ordinarie).

Il calcolo è più complicato per una sorgente estesa, come la stella, perché occorre considerare non solo la luce emessa quasi radialmente, ma anche quella in tutte le altre direzioni. Sappiamo dal Cap. 7 che in vicinanza di $r = 3M$ la luce può fare anche molti giri prima di allontanarsi dalla sorgente; dobbiamo quindi aspettarci un allungamento della costante di tempo. Infatti il risultato è il seguente: il decadimento è ancora esponenziale, ma la costante di tempo è $3\sqrt{3}\,M$. Per $M = M_\odot$ avremmo $26\,\mu$s, sempre un tempo brevissimo.

Pertanto una volta iniziato il collasso la caduta della materia stellare oltre l'orizzonte, che durerà un tempo proprio misurabile in ore, apparirà anche all'osservatore lontano come un fenomeno con durata finita e praticamente poco diversa dalla durata in tempo proprio. Un buco nero formatosi in passato è del tutto invisibile al presente, salvo per gli effetti che esamineremo più avanti.

Influenza della pressione

Occorre ricordare che finora siamo sempre rimasti nel quadro di un modello assai poco realistico: la stella di polvere. Dobbiamo perciò chiederci in che misura i risultati ottenuti dipendano dal modello, o possano venire radicalmente alterati dall'adozione di un'equazione di stato più plausibile. In sostanza: la presenza di una pressione modifica, e come, le modalità del collasso?

Anche senza calcoli non è difficile dare qualche risposta. È ovvio che in presenza di pressione la materia non segue più le geodetiche, come mostra la (12–6); più esattamente, dobbiamo aspettarci una forza diretta verso l'esterno, che rallenta la caduta. Si presentano così due alternative:

– la forza di pressione è sufficientemente grande da arrestare la caduta prima del raggio di Schwarzschild; in questo caso il collasso non ha luogo

– la caduta prosegue oltre il raggio di Schwarzschild, anche se rallentata; allora la contrazione di tutta la materia nella singolarità $r = 0$ è inevitabile, e le modalità saranno qualitativamente simili a quelle che abbiamo trovato col nostro modello.

Buchi neri rotanti

Il nostro modello era particolare anche per un altro aspetto: abbiamo sempre supposto l'esatta simmetria sferica. Che si può dire del collasso gravitazionale se si abbandona questa restrizione? Aggiungiamo che anche senza dirlo esplicitamente abbiamo anche supposto che la materia della stella fosse elettricamente neutra: ipotesi ragionevole, ma in linea di principio non necessaria.

Una carica elettrica modifica la geometria dello spazio-tempo, per la seguente ragione. Intorno alla carica c'è un campo elettrico, che ha un tensore energia-impulso non nullo; dunque non siamo più nel vuoto, e la geometria esterna non è soluzione di $\mathbf{G} = 0$. La soluzione in presenza di carica, e anche di momento angolare, è nota (geometria di Kerr–Newman) ma qui non possiamo esminarla.

Si può dimostrare in generale che la *metrica asintotica*, per grandi r, *dipende solo dalla massa e dal momento angolare* S della stella; non dipende invece dalla carica Q, perché questa produce deviazioni dal caso neutro che vanno a zero più rapidamente quando $r \to \infty$. È ovvio che lo stesso non può essere vero a piccola distanza. Del resto già nella teoria newtoniana il campo gravitazionale è semplice solo a grande distanza, mentre a piccole distanze entrano in gioco i multipoli superiori: un altro modo di dire che il campo dipende da tutti i dettagli della distribuzione di materia.

È stata rigorosamente dimostrata in casi particolari ($S = 0$ oppure $Q = 0$) una generalizzazione del teorema di Birkhoff: *la geometria esterna di un sistema collassato* (nel quale dunque la materia è tutta sotto l'orizzonte) *è determinata solo da* M, S, Q. Tutte le altre particolarità della distribuzione di materia diventano inosservabili. La dimostrazione è stata anche data per il caso generale: per qualsiasi buco nero soltanto le grandezze conservate M, S, Q determinano la geometria esterna, che quindi sarà sempre quella di Kerr–Newman; tuttavia sussistono ancora dubbi circa il rigore di questo teorema.

Termodinamica dei buchi neri

Torniamo al caso semplice che abbiamo studiato, dei buchi neri privi di carica e di momento angolare: quelli che si usa chiamare "buchi neri di Schwarzschild." Supponiamo che due di tali buchi neri, di masse M_1 e M_2, si urtino e si fondano in uno solo, conservando l'energia totale (ridiscuteremo tra poco questo punto): allora la massa finale sarà $M = M_1 + M_2$.

È interessante considerare il raggio di Schwarzschild $r_S = 2M$ e soprattutto l'area dell'orizzonte: $A = 4\pi r_S^2 = 16\pi M^2$. Ovviamente nelle ipotesi fatte avremo $A > A_1 + A_2$.

Tuttavia queste ipotesi non sono realistiche: nella collisione ci si deve aspettare che parte dell'energia venga emessa, per es. come onde gravitazionali. In tal caso avremo $M < M_1 + M_2$. Ci si può chiedere se esista un limite all'energia che può andare perduta nel processo, e la risposta è affermativa: sarà sempre $M \ge \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$. Ne segue subito

$$A \ge A_1 + A_2.$$

In realtà questo *teorema di Hawking* vale sotto ipotesi molto più generali di quelle in cui ci siamo messi: con un'opportuna definizione di area, vale anche per buchi neri carichi rotanti, e richiede solo assunzioni molto generali sulla natura delle singolarità e sulle proprietà del tensore energia-impulso della materia. In sostanza il teorema dice che l'area totale di un insieme di buchi neri *non può mai decrescere.*

È evidente l'analogia (e non è solo un'analogia) col secondo principio della termodinamica: per questa ragione il teorema viene spesso citato come "secondo principio della termodinamica dei buchi neri."

La radiazione di Hawking

C'è un secondo importante contributo di Hawking alla fisica dei buchi neri, che è opportuno accennare, anche se a rigore esce dal quadro della RG. È la scoperta che un buco nero *non è esattamente nero* quando si prendano in considerazione effetti quantistici. Abbiamo detto nel Cap. 1 che la conciliazine della RG con la meccanica quantistica è ancora di là da venire, e l'affermazione appena fatta circa la scoperta di Hawking non contraddice quest'asserzione: infatti il tema di cui si tratta è piuttosto la "teoria quantistica dei campi in spazi curvi": teoria che si può fare anche senza aver risolto l'altro problema.

Come al solito, dobbiamo limitarci al risultato; potremo poi aggiungere una discussione quantitativa che mostra i limiti pratici della radiazione di Hawking per quanto riguarda effetti osservabili.

Si dimostra che un buco nero emette una radiazione e.m. di corpo nero, la cui temperatura è

$$T_{\mathrm{H}} = \frac{\hbar\, c^3}{8\pi k G M} = \frac{M_{\mathrm{P}}^2\, c^2}{8\pi k M}$$

(qui k è la costante di Boltzmann; $M_{\mathrm{P}} = 2.2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{g}$ è la massa di Planck, introdotta al Cap. 3). La potenza emessa ("luminosità," nella terminologia astrofisica) si ottiene dalla solita formula della radiazione nera, usando come area proprio l'area A definita sopra:

$$L_{\mathrm{H}} = \frac{L_0}{15360\,\pi} \left(\frac{M_{\mathrm{P}}}{M}\right)^2$$

dove $L_0 = c^5/G$ è una costante con le dimensioni di una potenza, che incontreremo di nuovo parlando di onde gravitazionali, e vale $3.6 \cdot 10^{59}$ erg/s.

La luminosità di un buco nero è però estremamente piccola, a meno che non si tratti di un buco nero di massa minuscola. Per es., se $M = M_\odot$ si ha $L_\mathrm{H} = 9 \cdot 10^{-22}\,\mathrm{erg/s}$. Resta il fatto che se il buco nero emette energia, la sua massa diminuisce, secondo la legge:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{L_\mathrm{H}}{c^2} = -\frac{L_0}{15360\,\pi c^2}\left(\frac{M_\mathrm{P}}{M}\right)^2$$

che integrata dà

$$M(t) = \bigl(M(0)^3 - B\,t\bigr)^{1/3} \tag{15–1}$$

dove

$$B = \frac{L_0 M_\mathrm{P}^2}{5120\,\pi c^2} = \frac{1}{5120\,\pi}\,\frac{M_\mathrm{P}^3}{T_\mathrm{P}} = 1.23 \cdot 10^{25}\,\mathrm{g^3/s}$$

(T_P è il tempo di Planck: $5.4 \cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}$).

Come si vede dalla (15–1), la vita di un buco nero sarebbe finita:

$$t_\mathrm{H} = \frac{M(0)^3}{B} = 5120\,\pi\left(\frac{M(0)}{M_\mathrm{P}}\right)^3 T_\mathrm{P}.$$

Ma per $M(0) = M_\odot$ risulta $t_\mathrm{H} = 2 \cdot 10^{67}$ anni: un buco nero di questa massa è praticamente eterno. Per avere una vita confrontabile con l'età dell'Universo, poniamo 10^{10} anni, occorre prendere $M = 1.6 \cdot 10^{14}\,\mathrm{g}$, che è la massa di un asteroide di diametro inferiore a 1 km.

Evidenze per l'esistenza di buchi neri

Vediamo ora brevemente come si può accertare l'esistenza di buchi neri. Il problema sembra a prima vista insolubile "per definizione" (dato che la radiazione di Hawking è di fatto inosservabile); ma non è proprio così.

Possiamo solo ricorrere agli effetti gravitazionali, che — come sappiamo — sono gli stessi di qualunque altra massa, a parità di distanza. Per es. un buco nero produrrà deflessione gravitazionale, funzionerà da lente, ecc. Come abbiamo visto nel Cap. 7, un buco nero galattico può agire da microlente, e le microlenti sono state osservate; in questo caso il problema sta nel distinguere un buco nero da altri possibili candidati: nane brune, nane bianche spente, stelle di neutroni.

Occorre quindi andare in cerca di effetti nei quali sia importante l'intensità del campo gravitazionale; in altre parole, le piccole dimensioni dell'orizzonte. Un buco nero di massa solare ha un raggio di Schwarzschild pari a 3 km, mentre una stella di neutroni è sensibilmente più grande: almeno 10 km. La situazione nella quale ci si aspetta un comportamento osservabile è quella di un *sistema* *binario stretto*: due stelle molto vicine, una delle quali è normale, mentre l'altra è una stella di neutroni o un buco nero. In questo caso l'oggetto compatto può catturare materia (per forza di marea) da quello più esteso; questa materia finisce in orbita attorno all'oggetto compatto, ma perde energia a causa degli urti (attrito) e l'orbita si restringe finché la materia precipita. L'attrito fa salire la temperatura, e ne segue un'emissione di radiazione e.m. di alta energia (raggi X).

In effetti "sorgenti X" sono note da decenni, e le modalità di emissione, oltre al comportamento dinamico del sistema binario, in alcuni casi sono compatibili soltanto con la presenza di un buco nero. Il caso più classico è la sorgente X-1 del Cigno: già i dati orbitali richiedono che l'oggetto compatto abbia massa $\gtrsim 6 M_\odot$, il che esclude una stella di neutroni.

Altri candidati buchi neri sono nei nuclei di molte galassie: qui si tratterebbe di buchi neri di masse assai maggiori, dell'ordine di $10^6 M_\odot$ o più. *Quasars* e *galassie attive* sono i maggiori indiziati, ma in tempi recenti si è raggiunta una prova piuttosto solida che anche al centro delle nostra Galassia sia presente un buco nero, di massa circa $3 \cdot 10^6 M_\odot$.

È noto da tempo che al centro della Galassia si trova una potente *radiosorgente*, nota come "Sagittario A"; negli ultimi anni è stato possibile seguire il moto orbitale di stelle assai vicine a questa radiosorgente, fino a una distanza minima di $2 \cdot 10^{10}$ km. Non esiste alcun meccanismo noto, diverso da un buco nero, che permetta di concentrare in modo stabile una massa così grande in uno spazio così piccolo.