3. Fisica e metrologia dello spazio

Il titolo di questo capitolo è alquanto improprio, ma sta a significare che tratteremo sia questioni strettamente metrologiche, sia argomenti di carattere più generale, connessi alla concezione che la fisica si è costruita dello spazio (lo "spazio fisico," per usare un termine un po' tautologico).

L'evoluzione dei campioni di lunghezza

L'esigenza di avere campioni di lunghezza è forse più antica di quella parallela relativa al tempo, in quanto le misure di lunghezza hanno a che fare con necessità più immediate della vita pratica (commercio, costruzioni...) Ma questi campioni erano numerosissimi e svariati: in pratica ogni città — e più tardi ogni stato — aveva una propria legislazione in materia. Solo in tempi relativamente recenti si è avviata una certa unificazione, che ha avuto inizio con l'adozione del *metro* da parte della Repubblica Francese nel 1799. (Ricordiamo però che nei paesi anglosassoni l'uso del sistema metrico decimale è ancora tutt'altro che acquisito fuori dell'ambito scientifico.)

La definizione iniziale del metro intendeva collegarlo a una grandezza fisica non arbitraria (come già si era fatto per l'unità di tempo rispetto al giorno): si scelse la lunghezza del meridiano terrestre, che veniva fissata in $4 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$. Col progressivo raffinamento delle misure ci si rese però conto che l'idea di associare il campione alle dimensioni della Terra poneva un problema: ogni determinazione più accurata di queste avrebbe imposto una modifica di tutti i campioni secondari, con grande pericolo di confusioni, incoerenze, ecc. Si decideva così nel 1889 di abbandonare il campione Terra, e di adottare un campione artificiale: la famosa sbarra di platino-iridio depositata a Sèvres, presso il *Bureau International des Poids e des Mésures.*

In seguito venivano introdotte e raffinate le tecniche di misura di lunghezze per via ottica, usando l'interferenza di radiazioni di lunghezza d'onda nota (va ricordato il contributo determinante di Michelson). Lo sviluppo di queste tecniche portava alla fine ad abbandonare il campione materiale arbitrario costituito dalla sbarra di Sèvres, in favore di uno standard basato sulla lunghezza d'onda di una riga spettrale: nel 1960 il metro veniva perciò definito come $1.65076373 \cdot 10^6 \lambda$, essendo λ la lunghezza d'onda di una certa riga dello spettro del $^{86}\mathrm{Kr}$.

Arriviamo così all'attualità. Nel 1983 si è avuto un cambiamento radicale: non esiste più un campione di lunghezza indipendente: esso è ricavato da quello di tempo, fissando il valore della velocità della luce:

$$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}.$$

Motivazioni fisiche delle varie definizioni

Vediamo ora di renderci conto brevemente delle ragioni di queste diverse definizioni. Il primo passaggio è abbastanza semplice, e l'abbiamo già spiegato: è risultato poco pratico vincolare un'unità di misura fondamentale a una grandezza piuttosto difficile da misurare con precisione, come il meridiano terrestre. Si pensi che già alla fine dell'800 si sapeva che in realtà il meridiano era più lungo per un fattore 1.0002 di quanto si credeva un secolo prima. Invece la sbarra di platino-iridio consentiva una riproducibilità dei campioni intorno a $2 \cdot 10^{-7}$.

L'adozione dello standard ottico è vantaggioso per due ragioni: in primo luogo, non occorre riprodurre dei campioni copiandoli da uno standard primario conservato in qualche luogo, perché gli atomi di ^{86}Kr *sono tutti identici*, in qualunque laboratorio si trovino; in secondo luogo, le misure interferenziali sono più raffinate. Alla prova dei fatti, è risultato che lo standard ottico è riproducibile entro $4 \cdot 10^{-9}$, con un guadagno di quasi due ordini di grandezza.

La nuova definizione del 1983 ha avuto diverse motivazioni:

- per le misure di precisione la riproducibilità del campione al Kr non è più sufficiente, e non si è trovata una riga spettrale più soddisfacente;
- le misure di frequenza sono di diversi ordini di grandezza superiori;
- di conseguenza, la precisione nella determinazione della velocità della luce era limitata dalla scarsa (!) precisione delle misure di lunghezza;
- è ormai ben consolidata la tecnica che consente di misurare le frequenze di radiazioni visibili, agganciandole ai campioni di frequenza a microonde.

Il risultato è che oggi le misure di lunghezza possono raggiungere — in condizioni favorevoli — precisioni di 10^{-10}, anche su scala astronomica.

La scala astronomica

Vogliamo ora accennare che cosa significa fare misure di lunghezza su scale molto diverse da quella umana. Inizieremo dalle grandi distanze, ossia dalla scala astronomica. Partiamo da alcuni risultati, che poi cercheremo di discutere:

- il raggio della Terra è poco inferiore a 6400 km: questa lunghezza è la base di tutte le misure astronomiche
- la Terra dista dal Sole 8 minuti-luce $\simeq 1.5 \cdot 10^{11}$ m
- il Sole sta a circa $3 \cdot 10^4$ al (anni-luce) dal centro della Galassia in cui ci troviamo
- ogni galassia contiene materia in forma di gas, polveri e stelle; queste ultime in numero di $\sim 10^{11}$, e distanti fra loro alcuni anni-luce in media
- la distanza media fra le galassie è di qualche 10^5 al: tuttavia le distanze sono tutt'altro che uniformi, poiché le galassie sono raccolte in *ammassi*
- l'Universo ha "dimensioni" dell'ordine di 10^{10} al.

Il problema è: come si misurano queste distanze? che significato hanno tali misure?

Come si vede, dalle dimensioni della Terra a quelle dell'Universo vi sono $19 \div 20$ ordini di grandezza: non è dunque possibile applicare lo stesso procedimento di misura in tutti i casi. Un metodo di misura arriva fino a un certo limite, oltre il quale viene rimpiazzato da un altro: i due metodi debbono avere un campo di applicazione comune, affinché sia possibile la "saldatura." Si hanno così tanti "scalini" che formano la scala delle distanze, da quelle terrestri a quelle cosmologiche.

I primi due scalini sono la *parallasse diurna* e la *parallasse annua.* Se A e B (fig. 3–1) sono due osservatori sulla superficie terrestre, possiamo supporre nota la loro distanza. Ammettiamo per semplicità che il triangolo ABP sia isoscele; poiché l'angolo in P è sempre molto piccolo, sarà con buona approssimazione $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BP}}\,\varepsilon$ (se ε è espresso in radianti) e perciò la misura di ε fornisce quella di BP. Con questo metodo (parallasse diurna) si possono determinare soltanto le distanze dentro il sistema solare, e in particolare la distanza Terra-Sole (*unità astronomica*). Esistono anche altri metodi, ma sono molto più indiretti, per cui non è il caso di discuterli qui.

La conoscenza dell'unità astronomica permette di allungare la base della parallasse: in fig. 3–2 i punti A e B sono gli estremi di un diametro dell'orbita terrestre, C è il Sole, S una stella vicina, S$'$ una molto lontana. Si vede che

$$d = \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CS}}\,\alpha = D\alpha$$

e perciò $D = d/\alpha$. L'angolo α (*parallasse annua*) si determina confrontando, nel corso di un anno, la direzione di S con quella di S$'$. Per tutte le stelle $\alpha < 1''$; l'unità *parsec* (pc) è la distanza D quando $\alpha = 1''$, e vale circa $2 \cdot 10^5$ unità astronomiche $\simeq 3 \cdot 10^{16}\,$m.

La parallasse annua si può determinare fino a circa 100 pc; al di là l'angolo è troppo piccolo per essere misurato in modo attendibile da terra. Uno degli scopi del telescopio spaziale *Hubble* era di superare questo limite.

Per andare oltre i limiti della parallasse annua occorre usare un metodo totalmente diverso, a carattere fotometrico. A parità di potenza irraggiata (*luminosità assoluta*) stelle poste a distanza diversa appaiono diversamente brillanti, in proporzione inversa al quadrato della distanza; si può perciò sfruttare la *luminosità apparente* per misurare la distanza, se si conosce la luminosità assoluta. Ciò in molti casi è possibile dall'esame delle caratteristiche spettrali della luce emessa: il confronto di stelle della stessa classe, ossia presumibilmente di uguale luminosità assoluta, di una delle quali si conosca la distanza attraverso la parallasse, permette di ricavare quella delle altre. In tal modo si arriva a oltre 10^4 pc: un salto di un fattore 100, che però non ci fa ancora uscire dalla Galassia.

Nello stesso ordine d'idee si può fare uso delle "stelle variabili" (tanto delle variabili "regolari," tipo Cefeidi, quanto delle "novæ"). Sfruttando la grande luminosità di quest'ultime, si arrivano a determinare distanze di $\sim 40\,\mathrm{Mpc}$, che ci portano ben fuori della nostra Galassia, fino all'ammasso di galassie detto "della Vergine."

Nelle galassie più lontane non si riesce a risolvere le stelle, e questo obbliga a cambiare il tipo di "lampada campione" usato come indicatore di distanza: da singole stelle a un'intera galassia. Ci sono buone ragioni per supporre che nei diversi ammassi la galassia più luminosa abbia più o meno sempre la stessa luminosità assoluta. Poiché le distanze nell'ammasso della Vergine sono note, si arriva così a valutare le distanze degli altri ammassi dalla misura della luminosità apparente della galassia più brillante di ciascun ammasso. In tal modo si raggiungono distanze di $\sim 2 \cdot 10^9\,\mathrm{pc} \simeq 7 \cdot 10^9\,\mathrm{al}$, e questa è veramente una scala cosmologica.

Va però detto che sulle distanze così misurate esiste ancora grande incertezza, e discordanze anche di un fattore 2 fra i diversi ricercatori. La ragione principale sta nella possibilità di errori sistematici e nell'affidabilità del criterio adottato per definire la "lampada campione."

Le distanze a scala atomica

La possibilità di misurare distanze su scala atomica si basa essenzialmente sulle tecniche messe a punto nei primi decenni del secolo (Bragg, von Laue) che usavano i raggi X in luogo della luce visibile, e le disposizioni regolari degli atomi nei cristalli in luogo delle scalanature fatte a macchina dei reticoli ottici. È evidente che stiamo parlando di argomenti che vanno al di là di questo corso (come era stato preannunciato); dobbiamo perciò limitarci a qualche accenno senza approfondire. Il punto essenziale da aver chiaro è il seguente: le tecniche interferometriche, con qualsiasi tipo di onde, consentono di misurare lunghezze con errori che possono essere, nei casi più favorevoli, una piccola frazione della lunghezza d'onda; dunque distanze piccole possono essere misurate solo con lunghezze d'onda corte. Ecco perché per le distanze atomiche occorrono i raggi X, le cui lunghezze d'onda sono dell'ordine di $10^{-10}\,\mathrm{m}$.

È anche chiaro che la misura interferometrica richiede di conoscere con precisione la lunghezza d'onda della radiazione usata: e qui stava il "tallone d'Achille" dei raggi X. Accadde così che fosse relativamente facile misurare *rapporti* di distanze su scala atomica, ma non riferirle allo standard macroscopico (il metro).

Fino a non molto tempo fa, il modo migliore per raccordare la scala atomica delle lunghezze con quella macroscopica era la determinazione del *numero di Avogadro*: infatti da questo, e da misure di densità, era facile calcolare quanti atomi fossero contenuti in un cristallo, e quindi la loro distanza. Oggi la situazione si è capovolta:

– è possibile costruire cristalli di dimensioni macroscopiche e praticamente perfetti

– si possono usare i metodi interferenziali a raggi X per *contare* quanti atomi ci sono in una data porzione del cristallo, dell'ordine del mm
– si può simultaneamente misurare la lunghezza della stessa porzione di cristallo con un metodo ottico, e perciò riferendola allo standard macroscopico.

In tal modo si ottiene:

a) la misura del passo del reticolo cristallino in metri
b) una misura del numero di Avogadro, indipendente da altri metodi
c) la misura della lunghezza d'onda della radiazione X impiegata.

La scala nucleare e subnucleare

Tutti hanno sentito dire che i nuclei sono molto più piccoli degli atomi: ma dobbiamo porci due domande:

– come si misurano le dimensioni di un nucleo?
– (ancora più fondamentale) che cosa significano "dimensioni" a questa scala?

La maniera più semplice di rispondere è di ricordare la storia, partendo dagli esperimenti di Rutherford intorno al 1910, che portarono alla scoperta del nucleo atomico. Detto in estrema sintesi: Rutherford scoprì che fino a distanze di $\sim 10^{-14}$ m le particelle α che attraversavano una foglia d'oro non sentivano da parte della carica positiva dell'atomo altra forza che quella della repulsione elettrostatica. Ciò significava che la carica era concentrata in una "pallina" più piccola di quella distanza. In termini più precisi: il raggio del nucleo era la distanza al di là della quale non agivano altre forze (le forze nucleari).

Da questi esperimenti è nato il concetto di "sezione d'urto": l'area della sezione trasversale del bersaglio, come viene vista dalle particelle in arrivo (una definizione più precisa verrà data in corsi successivi). In questo senso, dire che un nucleo o una particella subnucleare sono piccoli, vuol dire soltanto che la loro sezione d'urto è piccola; ma si capisce anche che in tal modo le dimensioni sono *relative a una certa specie di particelle di prova*, e non sono più una caratteristica intrinseca dell'oggetto in studio.

Esperimenti più accurati, condotti in epoca molto più recente, hanno portato a un punto di vista un po' diverso: la carica elettrica contenuta nel nucleo non è puntiforme, ma occupa una regione di spazio finita. Ci si accorge di ciò con un procedimento in certo senso inverso di quello di Rutherford: anziché utilizzare bersagli (le particelle α) che "sentono" le forze nucleari, si usano elettroni, che sentono solo la carica elettrica. Allora ci si accorge che la carica del nucleo non è puntiforme, perché gli elettroni che penetrano nel nucleo sentono una forza un po' minore, e perciò vengono deviati in modo diverso.

Un altro aspetto che va tenuto presente è il comportamento ondulatorio delle particelle: questo implica che qualunque esperimento di questo tipo non potrà risolvere dimensioni molto più piccole delle lunghezza d'onda delle particelle usate (come nelle misure interferometriche sui cristalli). È questa una delle motivazioni della corsa alle macchine acceleratrici di energie sempre più grandi: infatti grande energia significa piccola lunghezza d'onda e quindi grande *potere risolutivo.*

Significato operativo delle misure di lunghezza

Questa veloce panoramica sulle misure di lunghezza aveva uno scopo principale: mostrare con esempi come una stessa grandezza fisica (la lunghezza, in questo caso) in realtà abbia un significato *operativo* completamente diverso a seconda del campo di applicazione. A parte le difficoltà strettamente metrologiche, che abbiamo già illustrato, in ciò si manifesta un aspetto fondamentale della conoscenza fisica: la costruzione e la generalizzazione di un concetto, anche apparentemente elementare e intuitivo, come quello di lunghezza, fa sempre intervenire parti importanti dell'intera teoria, l'uso di nuove tecniche strumentali, l'estrapolazione di leggi fisiche a campi nuovi.

Nel campo astronomico, la cosa si presenta così: le misure di parallasse usano sì la semplice geometria euclidea, ma i lati dei triangoli sono raggi di luce. Dobbiamo dunque assumere la propagazione rettilinea della luce su distanze cosmiche. Quanto ai metodi fotometrici, accanto alla solita geometria, fanno intervenire le proprietà della luce sotto un altro aspetto: la legge dell'inverso del quadrato per l'intensità in funzione della distanza. È naturale a questo punto la domanda: che prova abbiamo della validità di queste leggi a distanze così grandi?

Se passiamo nel campo microscopico la situazione non è affatto diversa: anche lì usiamo la geometria euclidea, e poi (negli esperimenti sulla distribuzione di carica dei nuclei) supponiamo che le leggi del campo elettrico, che abbiamo studiato a scala macroscopica, siano ancora valide, insieme alla conservazione dell'energia, ecc. La domanda è sempre la stessa: chi ci autorizza a fare queste estrapolazioni?

La soluzione completa di questa difficoltà non solo andrebbe al di là degli scopi di questo corso, ma richiederebbe molta più fisica di quanta non ne possiamo padroneggiare a questo punto (e questo conferma quanto si diceva sopra: anche i concetti più elementari hanno un fondamento complesso). Abbozziamo perciò soltanto una risposta di prima approssimazione: la conferma — la sola possibile — che siamo sulla strada giusta, è data dal successo della costruzione successiva. Ad es. noi supponiamo di poter misurare le distanza degli atomi in un cristallo coi metodi descritti; otteniamo dei risultati, che poi utilizziamo per spiegare certe proprietà (ottiche, elettriche, meccaniche) dei solidi. Da questo — e da altre ricerche confluenti — nasce la fisica dei solidi, che ci permette di capire altri fenomeni, di costruire strumenti…

Ogni volta che il quadro delle conoscenze si amplia, si sviluppano dei "controlli incrociati," perché ogni nuovo pezzo della teoria deve concordare coi precedenti, ogni nuova misura dev'essere compatibile coi risultati già acquisiti, ecc.

Quando ciò non accade, si discute, si cambia, finché le cose non quadrano. Questa costruzione non è mai perfetta e non è mai finita, ma si rafforza man mano che procede.

Il quadro così delineato è forse un po' troppo roseo: non sempre i controlli vengono fatti tempestivamente; non tutto viene scrupolosamente discusso; una visione unitaria delle conoscenze raggiunte è sempre più difficile man mano che queste si accrescono, obbligando i fisici a specializzarsi. Possiamo dire che fino ad oggi il nostro modo di procedere ha funzionato, in termini di risultati raggiunti; ma occorre tenere vivo lo spirito critico, perché la possibilità di prendere strade sbagliate è sempre presente e molti fattori giocano a nostro svantaggio.

La validità della geometria euclidea

Per concludere, vogliamo discutere un po' più a fondo un punto che è stato accennato più volte: la geometria euclidea. È noto che la matematizzazione dello spazio fisico dovuta a Euclide è stata per molti secoli ritenuta necessaria "a priori," ossia in modo del tutto indipendente dall'esperienza fisica; solo agli inizi dell'800 i matematici hanno cominciato a capire che era pensabile una diversa geometria, e che forse lo spazio fisico poteva anche non essere "euclideo." Gauss tentò delle verifiche, semplicemente misurando gli angoli di un triangolo che aveva i vertici in tre cime di montagne: non trovò niente di nuovo, e oggi sappiamo che non avrebbe potuto, con i suoi strumenti, per molti ordini di grandezza (del resto è assai dubbio che anche oggi si potrebbe ottenere un risultato positivo). Ma ciò che conta è il nuovo atteggiamento: la struttura geometrica dello spazio diventava materia d'indagine sperimentale.

Si doveva arrivare a circa 80 anni fa perché con Einstein nascesse una teoria capace di portare a una *previsione* in materia (della quale non possiamo qui parlare). La teoria stimolava un altro genere di esperimenti: quelli volti a mettere in evidenza la *deflessione gravitazionale della luce*. A partire dal 1919 questi esperimenti sono stati ripetuti molte volte, ed è ormai certo che il fenomeno esiste, e concorda entro l'1% con la previsione di Einstein.

Nella fig. 3–3, S è il Sole, T e T$'$ sono due posizioni della Terra (a distanza di sei mesi); Σ_1 e Σ_2 sono due stelle (o due radiosorgenti). Se (1) *lo spazio è euclideo*, e se (2) *la luce si propaga in linea retta*, tra gli angoli in figura deve valere la relazione:

$$\alpha = \alpha' + \beta_1 + \beta_2$$

che in pratica, visto che gli angoli β sono trascurabili per quasi tutte le stelle, dice semplicemente

$$\alpha = \alpha'.$$

L'esperimento mostra invece che α' è maggiore di α: se la luce passa molto vicino al Sole, la differenza è $3.5''$, con un'incertezza intorno all'1%, come già detto.

Tralasciando la teoria di Einstein o qualunque altra, il problema è: che cosa dimostrano questi esperimenti? Quale delle ipotesi (1) e (2) viene smentita? È chiaro che gli esperimenti da soli non permettono di decidere: potrebbe darsi

a) che la geometria dello spazio sia euclidea, e che la discrepanza osservata dipenda semplicemente dal fatto che uno o più lati del quadrilatero $\mathrm{T}\Sigma_1\mathrm{T}'\Sigma_2$ non sono rettilinei

b) che nella geometria dello spazio non valga il teorema sulla somma degli angoli interni di un poligono (che richiede il postulato delle parallele): ossia che la geometria non sia euclidea

c) che succedano entrambe le cose

d) che la richiesta di distinguere tra le due ipotesi sia mal posta.

Qui dobbiamo limitarci a enunciare la risposta che dà la relatività generale: la questione è mal posta finché non si precisa che cosa s'intende per "spazio," che è solo una certa "sezione" dello spazio-tempo. Nel nostro caso esiste una maniera naturale di definire questa sezione, e si trova che in realtà:

– questa sezione non è euclidea
– in essa la luce non si propaga "in linea retta" (le virgolette indicano che bisogna sapere che cos'è una "linea retta" in uno spazio non euclideo!)

Lo scopo per cui abbiamo affrontato questo problema è che esso ci dà un ottimo esempio di una situazione che abbiamo richiamata più volte: un'idea semplice (lo spazio euclideo) si complica quando le conoscenze si approfondiscono, integrandosi con altre parti della fisica; la stessa formulazione del problema diventa indefinita, senza il supporto di una teoria precisa; le nuove concezioni non "abrogano" quelle precedenti, ma le includono come casi limite. Di fatto in gran parte della fisica su scala umana o microscopica, di tutto ciò non abbiamo bisogno di tener conto, perché gli effetti non sono misurabili.