

O7. Le aberrazioni di Seidel

Esamineremo adesso i singoli termini, ciascuno dei quali corrisponde a una diversa aberrazione: per ognuno costruiremo l'immagine di una sorgente puntiforme nel piano immagine ed eventualmente su una diversa superficie, studiandone la dipendenza dalla posizione della sorgente (e quindi dal campo) e dall'apertura del sistema. Per ogni aberrazione una figura mostrerà i vettori che intervengono nelle varie relazioni e di cui ricordiamo brevemente il significato:

- \vec{r} è la posizione della sorgente nel piano oggetto; il massimo valore di $|\vec{r}|$ dà quindi il campo osservato;
- $\vec{r}'_{\star} = G\vec{r}$ è la posizione dell'immagine gaussiana nel piano immagine (nelle figure si pone per comodità $G = 1$);
- $\vec{\varrho}'$ rappresenta l'intersezione di un particolare raggio col piano della p.u.; il punto intersezione è coniugato di un punto del piano della p.e., per cui il massimo di $|\vec{\varrho}'|$ dà l'apertura del sistema ottico, a meno di un fattore di proporzionalità);
- $\delta\vec{r}'$ è lo scostamento dello stesso raggio dal punto P'_{\star} sul piano immagine: l'intersezione effettiva di tale raggio col piano immagine sarà data dal vettore $\vec{r}'_{\star} + \delta\vec{r}'$.

La zona ombreggiata mostra la figura prodotta da tutti i raggi che passano entro la corrispondente zona sul piano della p.u.

1. Aberrazione sferica

$$(\delta\vec{r}')_{sf} = \frac{d'}{n'} B \varrho'^2 \vec{\varrho}'.$$

La figura dell'aberrazione sferica (fig. O7-1) — o più brevemente l'aberrazione sferica — non dipende da \vec{r} : è dunque presente in tutto il campo e uguale ovunque. Dà luogo a una macchia circolare di raggio proporzionale a ϱ'^3 e viene quindi drasticamente ridotta riducendo il diaframma: un fattore 2 nel diaframma riduce di un fattore 8 le dimensioni dell'immagine aberrata.

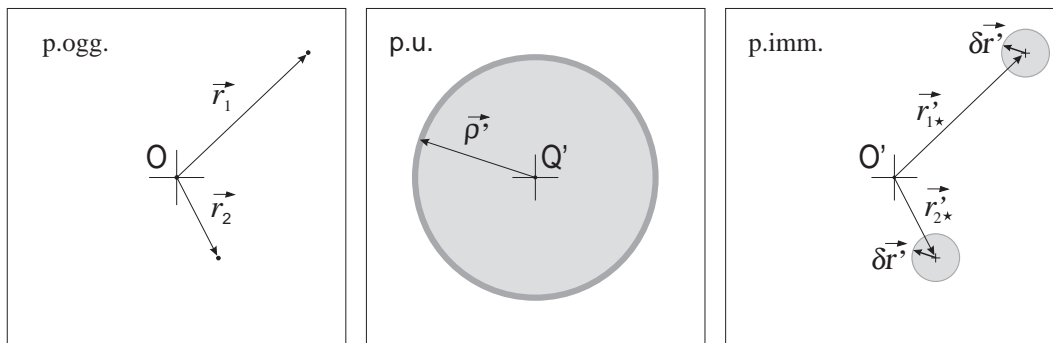


Fig. O7-1

Considerando soltanto i raggi passanti per una sottile corona circolare della p.u. (che dunque hanno ϱ' costante) quest'aberrazione può essere vista come un'errata messa a fuoco, essendo $\delta\vec{r}'$ proporzionale a $\vec{\varrho}'$. Lo spostamento del piano immagine richiesto per ottenere la messa a fuoco su tali raggi sarà, per la (O6-4):

$$\delta x' = -\frac{d'^2}{n'} B \varrho'^2 \quad \text{da cui} \quad \delta x' \propto |\delta\vec{r}'|^2/3.$$

Per questo motivo il fuoco gaussiano si chiama anche fuoco *parassiale*, mentre quello dei raggi marginali si dice fuoco *marginale* (F_p e F_m in fig. O7-2). Naturalmente non esiste nessun piano in cui l'immagine sia puntiforme: una sezione assiale del fascio di raggi dal sistema è mostrata in fig. O7-2, nei due casi $B \gtrless 0$.

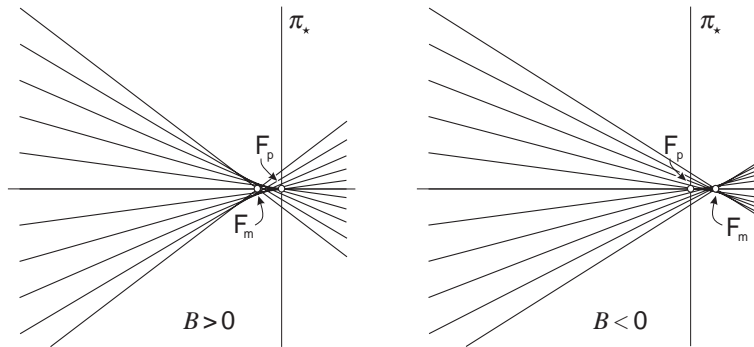


Fig. O7-2

Nel caso di una lente semplice, o di uno specchio sferico, si ha $B > 0$: si parla in questo caso di aberrazione sferica *sottocorretta*; se $B < 0$ si dice invece *sovracorretta*.

2. Distorzione

$$(\delta\vec{r}')_{di} = -\frac{d'}{n'} E r^2 \vec{r}$$

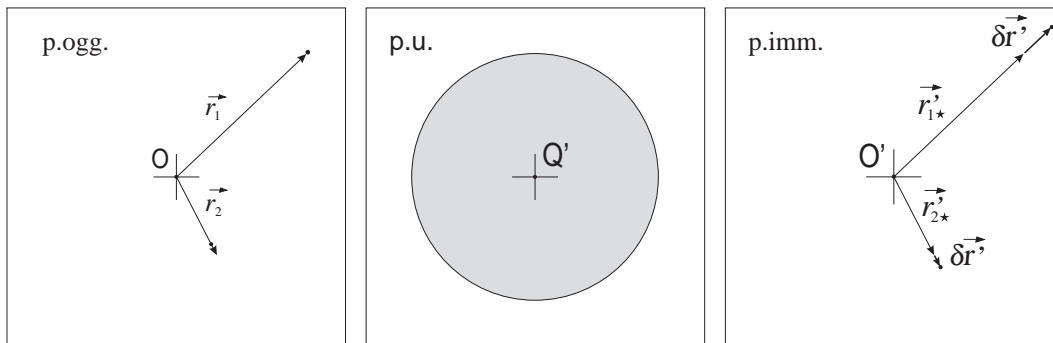


Fig. O7-3

Al contrario del caso precedente, qui (fig. O7-3) la distorsione non dipende da $\vec{\varrho}'$ e come tale non si riduce diaframmando il sistema. Essa invece dipende dal campo e si riduce rapidamente restringendosi a una regione vicina all'asse ottico.

L'immagine rimane puntiforme, ma è spostata di una quantità proporzionale a r^3 : ne segue che le immagini risultano ancora a fuoco, ma *distorte*. Riproducendo ad es. un quadrato il cui centro sia sull'asse ottico, poiché lungo il lato la distanza tra il perimetro e il centro varia, otterremo le immagini di fig. O7-4, a seconda che sia $d'E \geq 0$: tali immagini hanno dato il nome ai due tipi di distorsione, rispettivamente detti "a cuscinetto" e "a barilotto." Quest'aberrazione è ben visibile ad es. nelle comuni lenti d'ingrandimento.

La distorsione può essere vista come una variazione progressiva dell'ingrandimento con l'aumentare del campo: detto G l'ingrandimento gaussiano, l'ingrandimento effettivo \bar{G} sarà invece

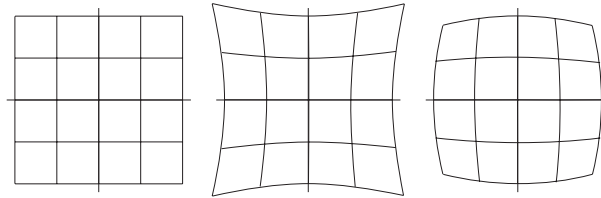


Fig. O7-4

$$\bar{G}(r) = G - \frac{d'}{n'} E r^2.$$

Osservazione: Notiamo ora che i restanti tre termini sono funzione sia di $\vec{\varrho}'$ che di \vec{r} e quindi corrispondono ad aberrazioni che si possono ridurre sia diaframmando che riducendo il campo. In particolare se ci si limita a uno stretto fascio attorno al raggio principale (passante per Q') si ottiene l'immagine gaussiana: nel seguito converrà dunque ricordare che la posizione di P'_* è individuata dall'intersezione del raggio principale con la superficie di volta in volta considerata.

3. Coma

$$(\delta\vec{r}')_{co} = -\frac{d'}{n'} F \left(\varrho'^2 \vec{r} + 2(\vec{r} \cdot \vec{\varrho}') \vec{\varrho}' \right).$$

È un'aberrazione *extra-assiale*, cioè presente solo fuori dell'asse ottico, come la distorsione. È proporzionale a r e dunque cresce linearmente col campo, e a ϱ'^2 cioè quadraticamente con l'apertura del sistema.

Detti rispettivamente \vec{u} e \vec{v} i versori di \vec{r} e $\vec{\varrho}'$ (fig. O7-5) si può scrivere:

$$(\delta\vec{r}')_{co} = -\frac{d'}{n'} F \varrho'^2 r (\vec{u} + 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) \vec{v}).$$

Fissato \vec{r} e variando $\vec{\varrho}'$ su una circonferenza, cioè considerando i raggi che passano per una stretta corona circolare sulla p.u., si ottiene come immagine una circonferenza eccentrica rispetto a P'_* e il cui diametro è pari alla distanza tra il suo centro e P'_* : diametro e distanza sono proporzionali a $r \varrho'^2$.

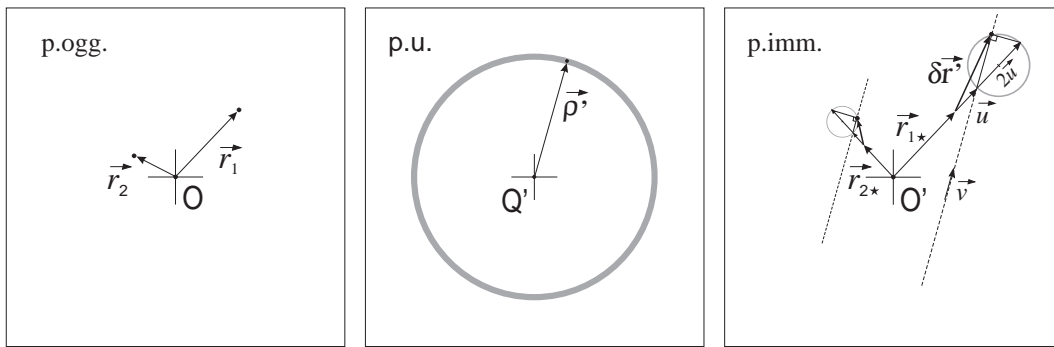


Fig. O7-5

Infatti $(2\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{v}$ è la proiezione del vettore $2\vec{u}$ sul versore \vec{v} . L'angolo \widehat{RST} è retto e dunque il punto S descrive una circonferenza al variare di \vec{v} . Si noti che $(\delta\vec{r}')_{co}$ non dipende dal verso di \vec{v} : perciò i raggi che nella p.u. passano per i punti A,B,...H (fig. O7-6 a sinistra) passeranno per i corrispondenti punti A',B',...H' dell'immagine (al centro). In altre parole, raggi che sulla p.u. passano per punti diametralmente opposti, convergono in uno stesso punto sul piano gaussiano.

Considerando adesso tutta la p.u. come formata da tante corone concentriche, ognuna di esse produce un'immagine simile alla precedente, di dimensioni proporzionali a ϱ'^2 , cioè sempre più vicina all'immagine gaussiana quanto più piccolo è ϱ' . L'effetto complessivo è quello di un'immagine puntiforme corredata da una "chioma" (da cui il nome *coma*) come in fig. O7-6, a destra. La "chioma" è diretta radialmente verso l'esterno se $d'F < 0$ (si parla allora di *coma positivo*), verso l'interno se $d'F > 0$.

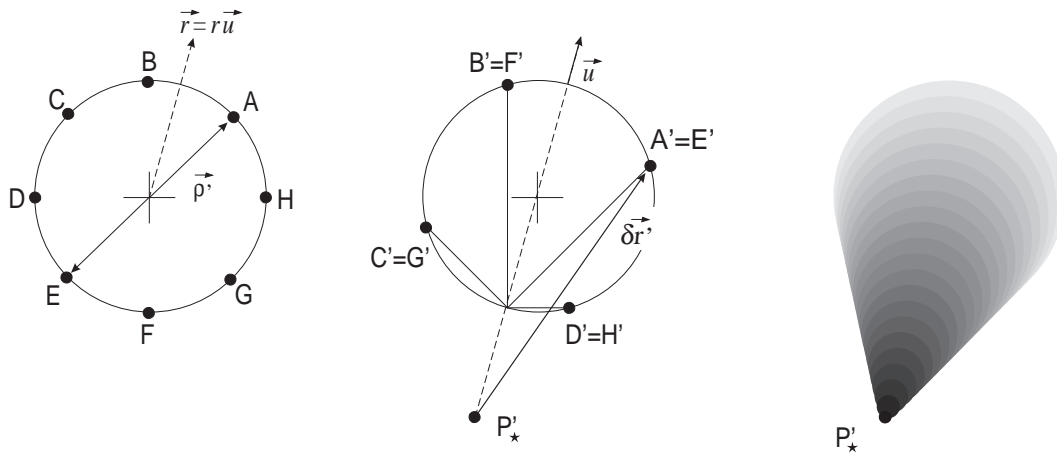


Fig. O7-6

Anche quest'aberrazione è molto fastidiosa, perché rende problematico, specie quando si combina con altri difetti dell'immagine, individuare il punto esatto da cui prendere una misura.

4. Curvatura di campo

$$(\delta \vec{r}')_{cc} = \frac{d'}{n'} D r^2 \vec{\varrho}'.$$

Quest'aberrazione (fig. O7-7) può essere vista come un difetto di messa a fuoco (termine proporzionale a $\vec{\varrho}'$) non uniforme su tutto il campo, ma variabile con r^2 .

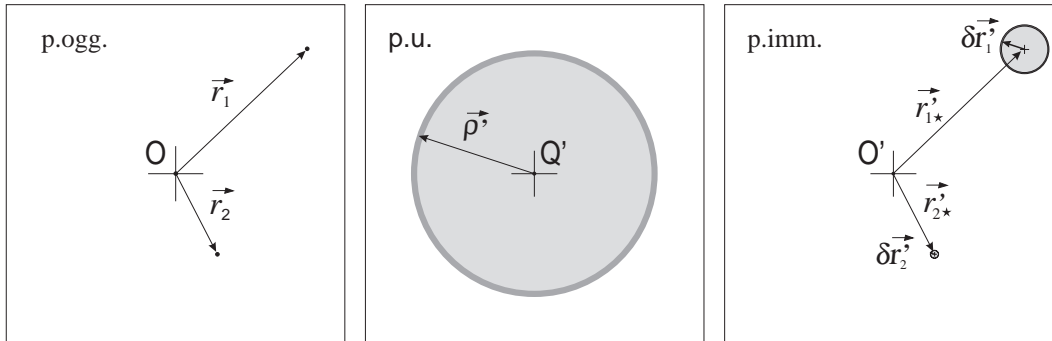


Fig. O7-7

Infatti, come abbiamo visto (O6.4), uno spostamento del piano immagine produce un $(\delta \vec{r}')_s = \delta x' \vec{\varrho}' / d'$, che cancella l'aberrazione considerata se si pone $(\delta \vec{r}')_s + (\delta \vec{r}')_{cc} = 0$, cioè

$$\frac{\delta x'}{d'} \vec{\varrho}' + \frac{d'}{n'} D r^2 \vec{\varrho}' = 0$$

da cui

$$\delta x' = -\frac{d'^2}{n'} D r^2.$$

Poiché $\delta x'$ dipende da r è ovvio che comunque sia situato il piano immagine, solo alcune parti del campo risulteranno a fuoco, mentre altre saranno sfocate: per ottenere una messa a fuoco corretta su tutto il campo occorre rinunciare a un piano e ricorrere a una superficie curva.

È facile vedere che nell'approssimazione di Seidel finora considerata tale superficie è sferica. Infatti per una superficie sferica di raggio R (positivo in fig. O7-8) si può scrivere:

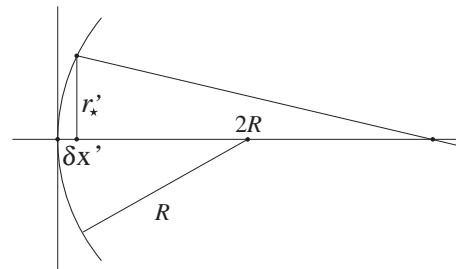


Fig. O7-8

$$r_*'^2 = \delta x' (2R - \delta x') \simeq 2R \delta x'$$

da cui

$$\delta x' = \frac{r'^2}{2R} = \frac{G^2}{2R} r^2$$

corretta fino al 3° ordine in r . Dunque la curvatura necessaria per una corretta messa a fuoco su tutto il campo si ottiene ponendo:

$$\frac{G^2}{2R} = -\frac{d'^2}{n'} D \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = -\frac{2d'^2}{n'G^2} D.$$

5. Astigmatismo

$$(\delta \vec{r}')_{\text{as}} = \frac{2d'}{n'} C (\vec{r} \cdot \vec{\varrho}') \vec{r}.$$

Ponendo $\vec{\tau} = \vec{r}/r$ e $\vec{\nu}$ versore normale a $\vec{\tau}$, scriviamo

$$\vec{\varrho}' = \varrho_{\parallel} \vec{\tau} + \varrho_{\perp} \vec{\nu}.$$

L'aberrazione in esame sarà allora:

$$(\delta \vec{r}')_{\text{as}} = \frac{2d'}{n'} C r^2 \varrho_{\parallel} \vec{\tau}.$$

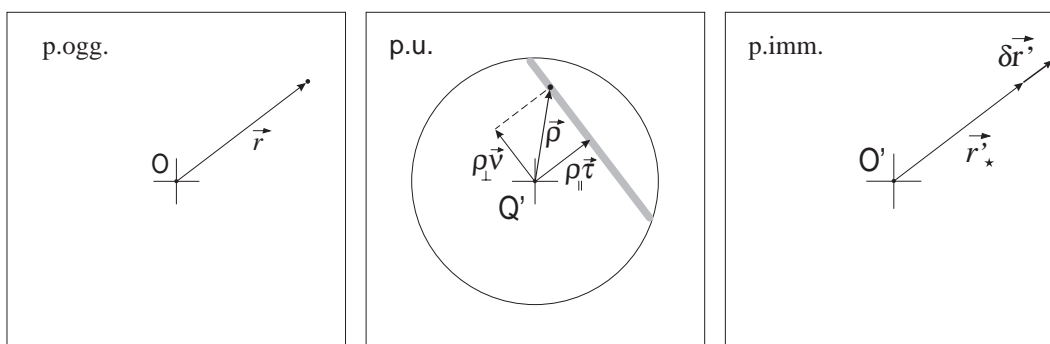


Fig. 07-9

Se consideriamo solo i raggi che sulla p.u. passano attraverso una sottile striscia perpendicolare a \vec{r} (fig. 07-9), cioè tali da avere tutti la stessa componente ϱ_{\parallel} , per essi $\delta \vec{r}'$ è costante e dunque focalizzano in un punto allineato con \vec{r}'_{*} , ma a distanza proporzionale a $r^2 \varrho_{\parallel}$ dall'immagine gaussiana.

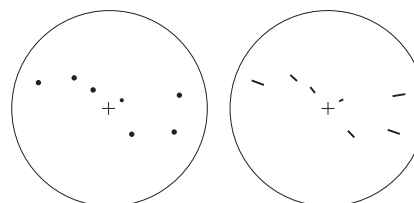


Fig. 07-10

Prendendo altre strisce con diversi valori di ϱ_{\parallel} si ottengono altre immagini puntiformi, allineate in direzione radiale, cosicché l'immagine prodotta dall'intera apertura del sistema è un segmento radiale, centrato sull'immagine gaussiana P'_{*} . In fig. 07-10 è mostrato (esagerando l'effetto!) come apparirebbe l'immagine di un insieme di sorgenti puntiformi poste in diversi punti del campo.

Cosa accade invece se consideriamo una sottile striscia della p.u. parallela a \vec{r} , formata cioè da punti aventi tutti la stessa componente ϱ_{\perp} (fig. O7-11)? Chiaramente tali raggi non focalizzano in uno stesso punto del piano gaussiano. Se ci spostiamo di $\delta x'$ avremo:

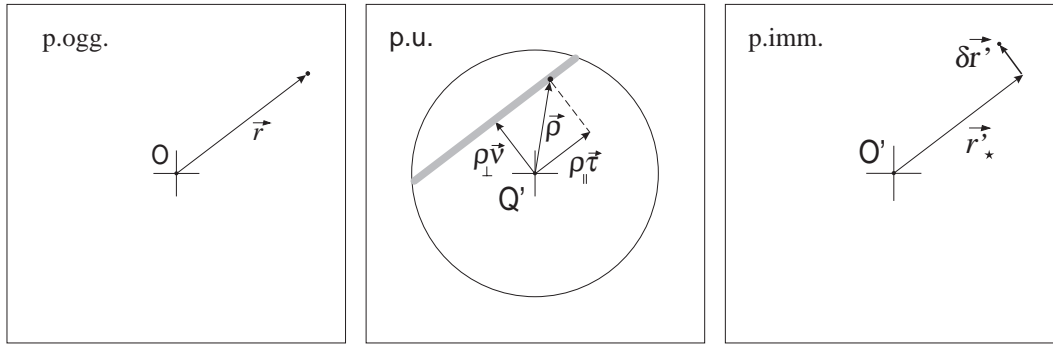


Fig. O7-11

$$(\delta r')_{\text{as}} = \frac{2d'}{n'} C \varrho_{\parallel} r^2 \vec{\tau} + \frac{\delta x'}{d'} (\varrho_{\parallel} \vec{\tau} + \varrho_{\perp} \vec{\nu}) = \left(\frac{\delta x'}{d'} + \frac{2d'}{n'} C r^2 \right) \varrho_{\parallel} \vec{\tau} + \frac{\delta x'}{d'} \varrho_{\perp} \vec{\nu}.$$

Poiché adesso i raggi hanno ϱ_{\perp} costante, focalizzano in uno stesso punto se e solo se il primo termine è identicamente nullo, cioè per

$$\delta x' = -\frac{2d'^2}{n'} C r^2 \quad \text{da cui} \quad (\delta r')_{\text{as}} = -\frac{2d'}{n'} C r^2 \varrho_{\perp} \vec{\nu}.$$

Ancora una volta, per ottenere la messa a fuoco su tutto il campo occorre una superficie sferica anziché piana, di curvatura

$$\frac{1}{R} = -\frac{4d'^2}{n' C^2} C.$$

Al variare di ϱ_{\perp} si ottiene poi un segmento perpendicolare a \vec{r} , centrato sul raggio principale. Su tale superficie l'immagine delle sorgenti di fig. O7-10 apparirà come in fig. O7-12.

Le due superfici considerate hanno due nomi in riferimento al modo come risultano disposte le immagini: la prima, dove focalizzano i raggi con ϱ_{\parallel} costante è detta superficie *sagittale*; la seconda, dove focalizzano quelli con ϱ_{\perp} costante, si chiama *tangenziale*. La superficie tangenziale inoltre non è piana ma curva: c'è un legame con la curvatura di campo?

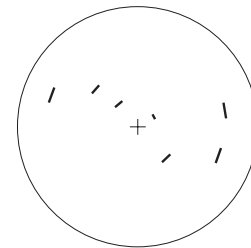


Fig. O7-12

Per la verità le ultime due aberrazioni discusse, avendo la stessa dipendenza ($r^2 \varrho'$), dovrebbero essere trattate insieme, poiché solitamente i due effetti sono inscindibili.

Mantenendo per il momento fissato \vec{r} , poniamoci su un piano spostato di $\delta x'$ dal piano immagine gaussiano. Avremo:

$$\begin{aligned}\delta\vec{r}' &= (\delta\vec{r}')_{as} + (\delta\vec{r}')_{cc} + (\delta\vec{r}')_s \\ &= \left[\frac{d'}{n'} (2C + D) r^2 + \frac{\delta x'}{d'} \right] \varrho_{\parallel} \vec{r} + \left[\frac{d'}{n'} D r^2 + \frac{\delta x'}{d'} \right] \varrho_{\perp} \vec{v} \\ &= \mathcal{A} \varrho_{\parallel} \vec{r} + \mathcal{B} \varrho_{\perp} \vec{v}\end{aligned}$$

avendo posto, come prima, $\vec{q}' = \varrho_{\parallel} \vec{r} + \varrho_{\perp} \vec{v}$.

Essendo ora $C \neq 0$ sarà anche $\mathcal{A} \neq \mathcal{B}$ e dunque se \vec{q}' descrive una circonferenza, $\delta\vec{r}'$ descriverà un'ellisse sempre centrata sul raggio principale. Tale ellisse può degenerare in un segmento se uno dei coefficienti \mathcal{A} o \mathcal{B} si annulla. Più precisamente se è $\delta x' = -(d'^2/n')(2C + D)r^2$ si ha $\mathcal{A} = 0$ e dunque il segmento immagine è perpendicolare a \vec{r} (superficie tangenziale); viceversa se poniamo $\delta x' = -(d'^2/n')Dr^2$ si ha $\mathcal{B} = 0$ e il segmento è parallelo a \vec{r} (superficie sagittale), come nelle fig. O7-11 e 12.

Dunque spostando il piano considerato le immagini, formate da segmenti tra loro perpendicolari sulle superfici sagittale e tangenziale, assumono forma ellittica nel passaggio da una superficie all'altra: tali sono le sezioni di un fascio *astigmatico* con diversi piani paralleli (fig. O7-13). Solo nel caso $C = 0$ (anche con $D \neq 0$) le immagini sono puntiformi, perché le due superfici coincidono: si parla allora solo di curvatura di campo.

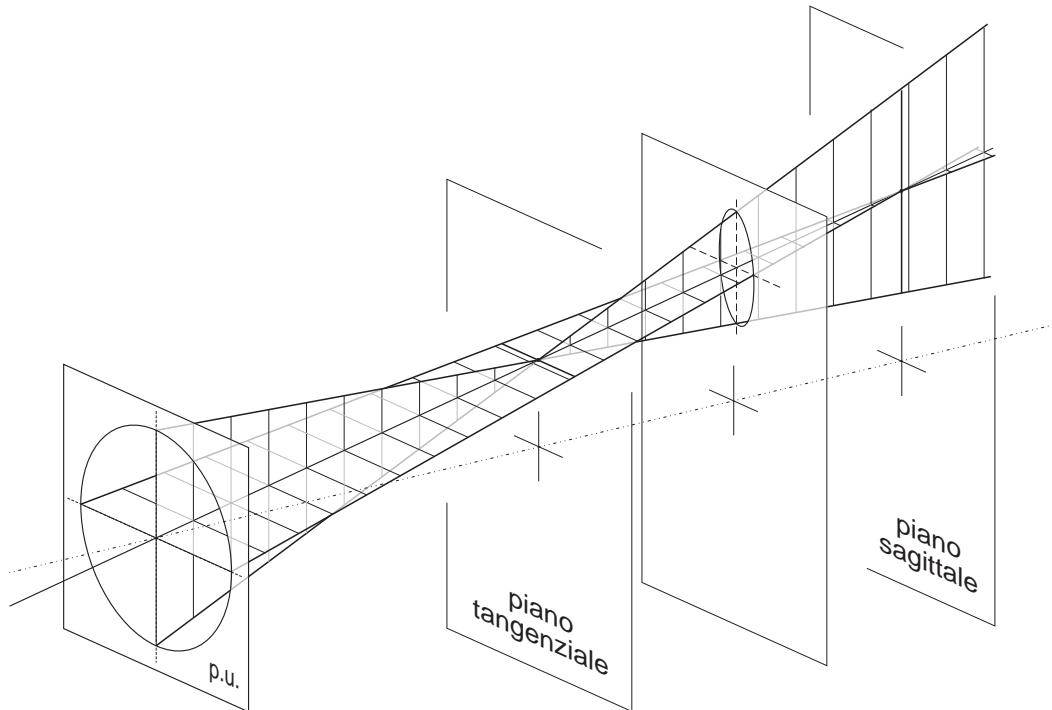


Fig. O7-13

La dipendenza di $\delta x'$ da r^2 mostra, come si è già visto, che tali superfici sono curve e le curvature si possono determinare come abbiamo fatto precedentemente. Si ottiene rispettivamente per la superficie sagittale e tangenziale:

$$\frac{1}{R_s} = -\frac{2d'^2}{n'G^2} D \quad \frac{1}{R_t} = -\frac{2d'^2}{n'G^2} (2C + D).$$

Col termine *astigmatismo* ($C \neq 0$) s'indica l'esistenza di due superfici distinte: sagittale e tangenziale (almeno una delle due necessariamente curva). Che cosa in tal caso si debba chiamare "curvatura di campo" e con quale parametro misurarla è solo questione di convenzione.

Usando invece, in presenza di astigmatismo, un'unica superficie piana (ad es. nel caso di una lastra fotografica) essa intersecherà le due superfici sagittale e tangenziale in punti diversi del campo e di conseguenza le immagini saranno di forme varie (fig. O7-14).

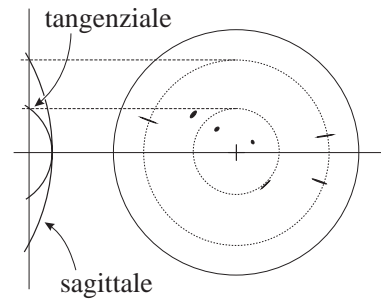


Fig. O7-14

Metodi di calcolo dell'aberrazione

Come vedremo tra poco su qualche esempio, è abbastanza semplice calcolare le aberrazioni di Seidel per una singola lente o per uno specchio; ma per un sistema formato da molte lenti il lavoro si complicherebbe assai, se non valesse un'importante proprietà: le aberrazioni di Seidel in un sistema composto *sono additive*. Più esattamente, se un sistema ottico è costituito di due parti A e B in serie, l'aberrazione del cammino ottico per il sistema composto è, a meno di termini di 6° ordine, la somma delle aberrazioni Φ_A e Φ_B delle due parti:

$$\Phi = \Phi_A + \Phi_B + O(6).$$

Infatti: le aberrazioni dei due sistemi componenti si ottengono partendo da sorgenti puntiformi, cioè da onde sferiche. Per il sistema B non siamo esattamente in questa condizione perché la sua sorgente, che è l'immagine aberrata prodotta da A, non è puntiforme; in altre parole, la superficie entrante in B non è sferica, ma ne differisce appunto per la quantità Φ_A (infinitesima del 4° ordine). Ne segue che l'ulteriore aberrazione del cammino ottico prodotta dal sistema B non è esattamente Φ_B ; tuttavia differisce da Φ_B solo per termini di ordine superiore (dal 6° in poi).

Un altro risultato importante valido in approssimazione di Seidel è che per calcolare l'aberrazione del cammino ottico non è necessario conoscere il raggio vero tra la sorgente P e l'immagine P', ma *basta fare il calcolo sul raggio gaussiano*. Vale infatti il seguente

Teorema:

$$W(P, P')_g = W(P, P')_v + O(6).$$

Dim.: Per il teorema di Fermat, il raggio vero è quello relativo al minimo cammino ottico tra P e P'; il cammino ottico di un raggio diverso (ad es. quello gaussiano) differisce da quello vero solo al 2° ordine nello scostamento massimo δ dei due raggi:

$$W_g - W_v = O(\delta^2).$$

Poiché nel nostro caso $P' - P'_*$ è del 3° ordine rispetto a r e ϱ' , (y, q nella sezione meridiana) lo stesso vale per lo scostamento massimo: ne segue che la differenza $W_g - W_v$ è almeno del 6° ordine (e quindi trascurabile se ci si limita al 4° ordine). ■

Corollario: L'aberrazione Φ del cammino ottico al 4° ordine si può calcolare come segue:

$$\Phi = W(PM_gP'_*)_g - W(PQ'P'_*)_g$$

cioè come differenza di cammino ottico tra il raggio gaussiano marginale (passante per M_g) e quello principale (passante per Q').

Dim.: Essendo $W(P, Q')_v = W(P, M)_v$ e $W(M_g, P'_*)_g = W(Q', P'_*)_g$ (fig. O7-15) si ottiene:

$$\begin{aligned} W(PM_gP'_*)_g - W(PQ'P'_*)_g &= \\ W(P, M_g)_g + W(M_g, P'_*)_g - W(P, Q')_g - W(Q', P'_*)_g &= \\ W(P, M_g)_v - W(P, Q')_v + O(6) &= \\ W(P, M)_v + W(M, M_g)_v - W(P, Q')_v + O(6) &= \\ W(M, M_g)_v + O(6) = \Phi + O(6). &\blacksquare \end{aligned}$$

Come primo esempio semplice, calcoliamo l'aberrazione sferica di uno specchio parabolico e di uno sferico, ponendo la sorgente all'infinito sull'asse ottico.

In assenza di ulteriori diaframmi la limitazione del fascio dei raggi incidenti è data dalle dimensioni dello specchio; dunque la p.u. (che coincide con la p.e.) è sul piano tangente al vertice dello specchio.

Utilizziamo il corollario appena dimostrato considerando come raggio marginale quello passante per i punti N, sullo specchio, e M_g , sulla superficie Σ_g , mentre il raggio principale è quello lungo l'asse ottico per Q' ; inoltre, essendo il punto P all'infinito, si possono utilizzare i punti P_1 e P_0 sulla stessa superficie d'onda (piana) come in fig. O7-16. Calcoliamo dunque

$$\Phi = W(P_1NP'_*) - W(P_0Q'P'_*) = (P_1N + NP'_*) - (P_0Q' + Q'P'_*)$$

O7-10

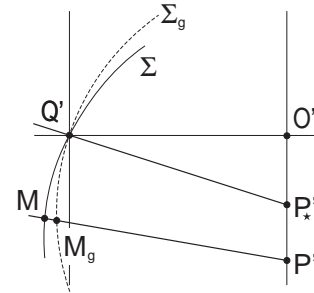


Fig. O7-15

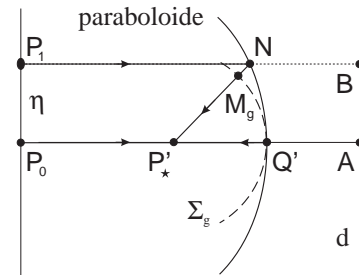


Fig. O7-16

(si è posto $n' = 1$). Se la superficie è un paraboloide, detta d la direttrice, avremo:

$$\Phi = (P_1N + NB) - (P_0Q' + Q'A) = P_1B - P_0A = 0.$$

Dunque *uno specchio parabolico non ha aberrazione sferica*. Si osservi che, come noto, questo risultato è valido a ogni ordine.

Consideriamo adesso uno specchio sferico avente la stessa curvatura del precedente nel punto Q' ($R = 2Q'P'_*$) cosicché il fuoco gaussiano coincide con il precedente. La superficie sferica dello specchio risulterà compresa tra il paraboloide e la Σ_g (fig. O7-17); assunto come raggio marginale quello per P_2 e N' , è ora chiaro che

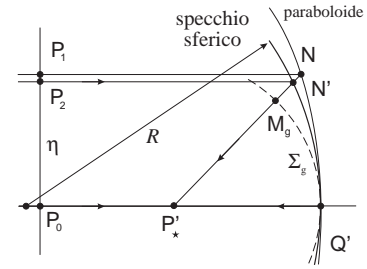


Fig. O7-17

$$W(P_2N'P'_*) < W(P_1NP'_*) = W(P_0Q'P'_*)$$

da cui $\Phi < 0$. A conti fatti, l'aberrazione del cammino ottico si potrà scrivere $\Phi = -\frac{1}{4}B\eta^4$ con $B > 0$; nel nostro caso risulta

$$B = \frac{1}{R^3} = \frac{1}{8f^3}. \quad (O7.1)$$

Avremo poi

$$y' - y'_* = -\frac{d'}{n'} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -B\eta^3 = -\frac{\eta^3}{2R^2}$$

essendo $d' = -R/2$. Ne risulta che $y' < 0$ per $\eta > 0$ e viceversa.

Altro esempio semplice è quello della lente piano-convessa (fig. O7-18). Procedendo come sopra abbiamo:

$$\begin{aligned} \Phi &= (P_1N_1 + n N_1Q_1 + Q_1P'_*) - (P_0N_0 + n N_0Q_0 + Q_0P'_*) \\ &= -n(N_0Q_0 - N_1Q_1) + (Q_1P'_* - Q_0P'_*). \end{aligned}$$

Posto $N_0Q_0 = d$, $Q_0P'_* = a$, se facciamo

$$N_1Q_1 = d - \frac{1}{n+1} \left(\sqrt{a^2 + \frac{n+1}{n-1} \eta^2} - a \right)$$

risulta identicamente $\Phi = 0$ e la lente non ha aberrazione sferica di Seidel. Si verifica che la superficie risultante è un iperboloide. Se invece la superficie è sferica, si ha sempre $\Phi < 0$.

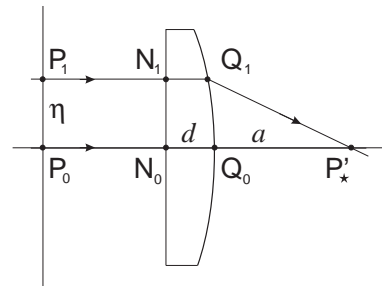


Fig. O7-18

Il telescopio di Schmidt

Per la fotografia astronomica a grande campo le aberrazioni più fastidiose sono coma e astigmatismo, e purtroppo il semplice specchio parabolico, che come abbiamo visto è esente da aberrazione sferica, le possiede entrambe in misura notevole. Nel corso degli anni sono stati escogitati diversi sistemi per eliminare o ridurre l'inconveniente, ricorrendo di regola a combinazioni di lenti e specchi (sistemi *catadiottrici*), di cui qui non possiamo occuparci. È invece interessante esaminare una soluzione semplice e ingegnosa, dovuta a B. Schmidt (1932).

Consideriamo uno specchio sferico, e supponiamo che il diaframma venga inserito in un piano per il centro di curvatura (fig. O7-19). Dato che lo specchio è sferico, ogni retta passante per il centro può essere presa come asse ottico; ne segue che lo specchio si comporta in ugual modo per la luce proveniente da tutte le direzioni (salvo il fatto che per vergenze non nulle la sezione del fascio è ellittica).

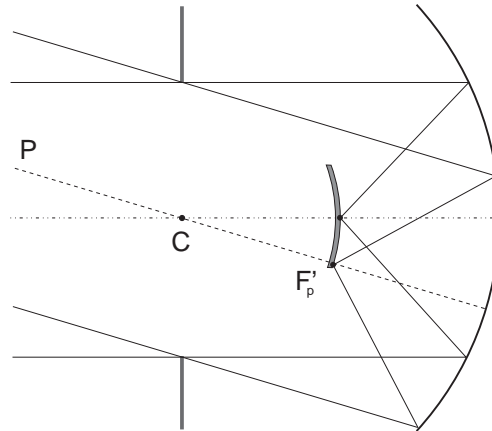


Fig. O7-19

Ciò basta, senza necessità di calcoli, per assicurare che il sistema non avrà aberrazioni dipendenti da \vec{r} , come il coma e l'astigmatismo: se infatti la sorgente si trova in P, basta pensare come asse ottico la retta PC. Se la sorgente è all'infinito, i raggi entranti saranno tutti paralleli (con la stessa vergenza) e dopo la riflessione convergeranno verso il fuoco parassiale F'_p . Sarà però presente l'*aberrazione sferica*, come sempre in uno specchio sferico.

Si noti inoltre che il punto F'_p è sempre a distanza da Q pari a metà del raggio di curvatura R dello specchio: perciò i vari fuochi parassiali per le diverse vergenze si dispongono su una superficie sferica con centro in Q e raggio $R/2$. Ciò equivale a dire che il sistema è anche affetto da *curvatura di campo*.

Abbiamo visto che l'aberrazione sferica di uno specchio sferico è data, in termini di cammino ottico, dalla (O7.1), la quale ci dice che il cammino ottico dei raggi marginali è *minore* di quello del raggio principale. Se dunque facciamo in modo che i raggi marginali subiscano un ritardo corrispondente, avremo annullato l'aberrazione sferica. Allo scopo, basta inserire nel piano del diaframma una lastra di vetro sagomata in modo da produrre questa differenza di cammino ottico. Ciò si ottiene per es. se la lastra (fig. O7-20, a sinistra, di spessore volutamente esagerato) ha una faccia piana e l'altra di equazione

$$\xi = \frac{B \eta^4}{n - 1} \quad (\text{O7.2})$$

La forma così ottenuta è poco pratica, perché lo spessore aumenta molto rapidamente dal centro al bordo; la si può rendere più comoda aggiungendo alla (O7.2) un termine proporzionale a η^2 :

$$\xi = \frac{1}{n-1} (B\eta^4 - b\eta^2). \quad (\text{O7.3})$$

Sappiamo infatti che ciò corrisponde solo a una sfocatura (O6.4)

$$\delta x' = -\frac{1}{2}R^2b = -2f^2b.$$

Sostituendo nella (O7.3) l'espressione di B ricavata per uno specchio sferico (O7.1), in funzione della focale f ed esprimendo b in termini di f e della sfocatura $\delta x'$, l'equazione della lastra correttrice (O7.3) si scrive:

$$\xi = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{32f^3} \eta^4 - \frac{\delta x'}{2f^2} \eta^2 \right)$$

(fig. O7-20, a destra).

Riepilogando: coma e astigmatismo sono assenti per costruzione; l'aberrazione sferica è eliminata dalla lastra correttrice. L'aberrazione cromatica (v. Cap. O8) è assente per uno specchio: sopravvive solo la curvatura di campo, su cui torneremo fra breve. Va detto che a rigore la lastra correttrice distrugge la simmetria su cui si è basata l'eliminazione di coma e astigmatismo; dato però che lo spessore è già di 2° ordine in η ciò non ha influenza all'ordine di Seidel, ma solo a ordini superiori.

La curvatura di campo non si può compensare, ma il problema si risolve disponendo il rivelatore (lastra fotografica) sulla superficie sferica dei fuochi parassiali, anziché in un piano.

L'idea di Schmidt ha consentito di realizzare strumenti di grande apertura relativa e insieme capaci di grandi angoli di campo: ad es. lo Schmidt di M. Palomar ha uno specchio di 183 cm di diametro e 6 m di raggio di curvatura (3 m di focale); la lastra correttrice ha un diametro di 122 cm, che determina un'apertura relativa $n = 2.5$ e un campo di $6^\circ \times 6^\circ$.

Nel calcolo della luminosità dello strumento occorre poi tener conto che la lastra fotografica, di 35 cm \times 35 cm, occlude parzialmente lo specchio; è interessante notare che un opportuno dispositivo riesce a mantenere sulla superficie focale sferica lastre di vetro fino a 1 mm di spessore.

Un inconveniente del sistema Schmidt è che diaframma e lastra correttrice vanno posti al centro dello specchio, ossia a distanza doppia della focale. In tal modo il telescopio diventa lungo il doppio di quanto sarebbe col semplice specchio parabolico (telescopio newtoniano). Ma i vantaggi di campo e luminosità valgono ampiamente il maggior ingombro.

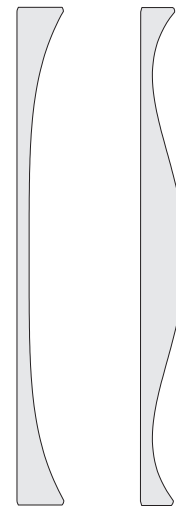


Fig. O7-20