G9. Il tempo astronomico

Tempo solare e siderale

Il concetto primitivo di tempo deriva senza dubbio dal quotidiano alternarsi di luce e di buio; ed è logico pensare che la prima unità di misura sia stata il giorno: l'origine del tempo era fissata a qualche fenomeno di facile comprensione, ad es. il tramonto. Ben presto però, con la civiltà e lo svilupparsi dei rapporti sociali, è sorta l'esigenza di una suddivisione più fina del giorno, che fu dunque diviso in ore. Più precisamente, si divideva il periodo di luce in 12 ore e il periodo di buio pure in 12 ore. Da ciò segue che l'ora diurna era diversa dall'ora notturna e variava durante l'anno, tanto che i primi orologi dovevano essere fatti marciare più lentamente d'estate e più velocemente d'inverno. L'ora d'inizio del giorno era fissata al tramonto e restava anch'essa fluttuante.

Solo in un secondo tempo prevalse l'uso di dividere il giorno in 24 ore uguali, ma sempre calcolate a partire dal tramonto (si veda ad es. Galileo: *Nuncius Sidereus*). Finché gli orologi erano imprecisi ciò poteva andare; ma con migliori orologi e con osservazioni astronomiche accurate occorreva un'origine più costante. Il tempo fu allora misurato sempre col Sole, ma fissando come origine il passaggio al meridiano (in seguito si prese il meridiano Nord, cioè la nostra mezzanotte).

Si arriva così a definire in modo operativo il *Tempo Solare Apparente* (TSA) come la misura dell'angolo orario H del Sole, aumentato di 12 ore in quanto il giorno si fa iniziare alla mezzanotte (fig. G9–1). È bene notare subito che essendo H una coordinata funzione del punto di osservazione, il TSA è qualificato con l'aggettivo "locale" in quanto diverso, allo stesso istante, da luogo a luogo.

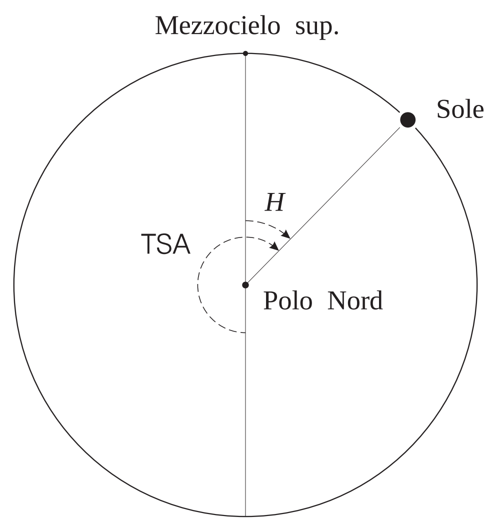

Fig. G9-1

Per dire se questo sia un modo soddisfacente di misurare il tempo è necessario però avere un termine di confronto. Con un buon orologio meccanico si verifica in pochi giorni che la sua marcia non va d'accordo con i passaggi successivi del Sole al meridiano. La cosa è facilmente spiegabile, ma su ciò torneremo più avanti. Dovremo anche chiarire che cosa ci permetta di decidere, in presenza di due metodi di misura del tempo che danno risultati discordanti, a quale si debba prestare fiducia.

Il problema non sembra invece sussistere se ci riferiamo alla rotazione della sfera celeste nel suo insieme o, in particolare, del punto γ. In modo analogo a quanto abbiamo fatto per il Sole, misurando l'angolo orario di una stella o del punto γ abbiamo diverse scale di tempo: usando il punto γ si ha il *Tempo Siderale* (Θ oppure TS), che ovviamente è pure un tempo "locale," nel senso detto sopra. L'intervallo tra due passaggi consecutivi della stessa stella al meridiano (*giorno siderale*) è costante con ottima approssimazione.

Agli effetti pratici tuttavia non si può scandire il passare del tempo con il ciclo del giorno siderale, in quanto l'influenza del Sole (e l'alternarsi del dì e della notte) è di gran lunga dominante sui ritmi di vita e sull'organizzazione sociale. Torniamo dunque a esaminare il problema del tempo solare.

Nelle nostre considerazioni faremo un'ipotesi fondamentale: quella di avere a disposizione una scala di tempo "uniforme" che indicheremo con t_u (sul significato di questa frase torneremo alla fine del cap. seguente).

Per quanto detto sopra assumeremo che la scala del Tempo Siderale sia pure essa "uniforme," ossia lineare in t_u:

$$\Theta(t_\mathrm{u}) = \Theta_0 + k\,t_\mathrm{u}.$$

In altre parole, porremo come ipotesi una qualunque di queste alternative equivalenti:

1) la rotazione della Terra attorno al suo asse è uniforme (in t_u);
2) la rotazione apparente della sfera celeste è uniforme;
3) il giorno siderale ha durata perfettamente costante.

Per definizione, il Tempo Solare Apparente (che indicheremo adesso con t_SA) è dato da:

$$t_\mathrm{SA} = H_\odot(t_\mathrm{u}) + 12^\mathrm{h}$$

e può essere espresso in termini del Tempo Siderale (definito al Cap. G5) come segue:

$$t_\mathrm{SA} = \Theta(t_\mathrm{u}) - \alpha_\odot(t_\mathrm{u}) + 12^\mathrm{h}. \qquad \text{(G9.1)}$$

Ipotizziamo per il momento che $\alpha_\odot(t_\mathrm{u})$ sia lineare in t_u:

$$\alpha_\odot(t_\mathrm{u}) = \alpha_0 + c\,t_\mathrm{u}.$$

Ne seguirebbe che

$$t_\mathrm{SA}(t_\mathrm{u}) = (\Theta_0 - \alpha_0 + 12^\mathrm{h}) + (k - c)\,t_\mathrm{u}$$

e potremmo dire che anche t_SA è un tempo uniforme. Ad esempio l'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi del Sole al meridiano, corrispondente per definizione a 24^{h} di tempo solare, sarebbe misurato in questo modo dal nostro orologio "uniforme":

$$\Delta t_{\mathrm{SA}} = 24^{\mathrm{h}} = (k - c)\,\Delta t_{\mathrm{u}}$$

da cui

$$\Delta t_{\mathrm{u}} = \frac{24^{\mathrm{h}}}{k - c}.$$

L'unità di tempo uniforme dovrà essere tale che $k - c = 1$ per riprodurre il Tempo Solare.

L'equazione del tempo

Ma vediamo invece come vanno le cose nella realtà, in particolare tenendo conto dell'obliquità dell'eclittica e dell'eccentricità dell'orbita terrestre. Quello che occorre è determinare, almeno in forma approssimata, la dipendenza di $\alpha_\odot$ nella (G9.1) dal tempo t_{u}.

Cominciamo col supporre nota la longitudine (eclittica) del Sole, $\lambda(t_{\mathrm{u}})$; applicando la (G6–9) al triangolo in fig. G9–2 si ha:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\lambda\cos\varepsilon$$

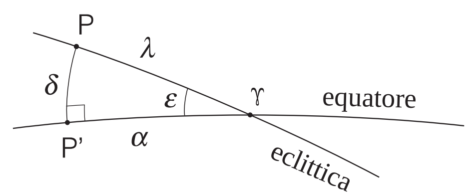

Fig. G9-2

da cui

$$\operatorname{tg}\lambda - \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\lambda\,(1 - \cos\varepsilon)$$

ove il primo membro può scriversi nella forma

$$\frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\cos\lambda\cos\alpha}.$$

Si ricava allora:

$$\sin(\lambda - \alpha) = \sin\lambda\cos\alpha\,(1 - \cos\varepsilon).$$

Nell'ipotesi — verificata tra breve — che la differenza $\lambda - \alpha$ sia piccola, si potrà porre:

$$\lambda - \alpha = 2\sin\lambda\cos\lambda\,\sin^2(\varepsilon/2) = \sin 2\lambda\,\sin^2(\varepsilon/2)$$

$$\alpha = \lambda - \sin 2\lambda\,\sin^2(\varepsilon/2) \tag{G9.2}$$

ove $\sin^2(\varepsilon/2) = 0.0415\,\mathrm{rad}$ rappresenta quindi una buona approssimazione della massima differenza tra longitudine e ascensione retta del Sole, per effetto dell'obliquità dell'eclittica. Tale angolo riportato in termini di tempo (con riferimento alla rotazione terrestre) corrisponde a circa 9.5^{m}; la differenza $\alpha - \lambda$ è periodica, con periodo di 6 mesi.

Se anche il Sole nel suo moto apparente sull'eclittica si muovesse di moto uniforme, cioè se λ fosse funzione lineare di t_u, α non potrebbe comunque esserlo, e di conseguenza già per questo il Tempo Solare Apparente non può rappresentare un "tempo uniforme."

Consideriamo ora che la velocità angolare apparente del Sole sull'eclittica è pari alla velocità angolare della Terra nella sua orbita: dunque il Sole sembra muoversi più velocemente quando la Terra è al perielio e il Sole al perigeo (inizio di gennaio) e più lentamente con la Terra in afelio (inizio di luglio), a causa dell'eccentricità dell'orbita terrestre (fig. G9–3: l'eccentricità è esagerata per maggior chiarezza).

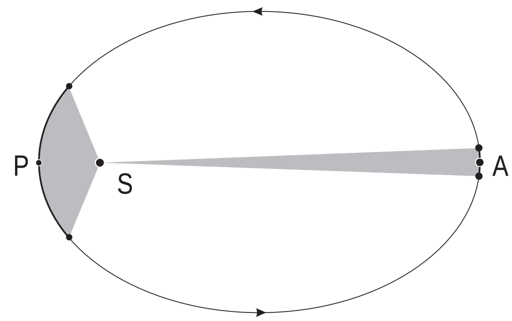

Fig. G9-3

Ne segue che neppure $\lambda(t_\mathrm{u})$ è funzione lineare del tempo; come si vedrà meglio nella terza parte, tenendo conto che l'eccentricità è piccola ($e = 0.0167$) e limitandosi quindi al primo ordine di un opportuno sviluppo in serie di potenze di e, si può porre:

$$\lambda(t_\mathrm{u}) = \lambda_0 + n\,t_\mathrm{u} + 2e\sin(n\,t_\mathrm{u})$$

ove n è il moto medio del Sole. A conti fatti, il termine non lineare ha un'ampiezza $2e = 0.0334\,\mathrm{rad}$ corrispondente a circa 7.7^m, e il periodo di un anno. (Si noti che qui abbiamo preso l'origine di t_u all'istante del perielio.)

Scrivendo $\sin 2\lambda(t_\mathrm{u})$ come $\sin 2(\lambda_0 + nt_\mathrm{u}) + \mathrm{O}(e)$, sostituendo nella (G9.2), e trascurando i termini $\mathrm{O}(e^2)$, $\mathrm{O}(e\,\varepsilon^2)$ e quelli di ordine superiore, si ottiene:

$$\alpha(t_\mathrm{u}) = \lambda_0 + n\,t_\mathrm{u} + 2e\sin(n\,t_\mathrm{u}) - \sin^2(\varepsilon/2)\sin 2(\lambda_0 + n\,t_\mathrm{u})$$

ed infine per il TSA:

$$\begin{aligned} t_\mathrm{SA}(t_\mathrm{u}) &= \Theta_0 + k\,t_\mathrm{u} - \lambda_0 - n\,t_\mathrm{u} \\ &\qquad + [\sin^2(\varepsilon/2)\sin 2(\lambda_0 + n\,t_\mathrm{u}) - 2e\sin(n\,t_\mathrm{u})] + 12^\mathrm{h} \\ &= \Theta_0 - \lambda_0 + 12^\mathrm{h} + (k-n)\,t_\mathrm{u} + [\sin^2(\varepsilon/2)\sin 2(\lambda_0 + nt_\mathrm{u}) - 2e\sin(nt_\mathrm{u})]. \end{aligned}$$

La stessa espressione si può scrivere in forma più compatta in questo modo:

$$t_\mathrm{SA} = t_\mathrm{SM} + E \tag{G9.3}$$

avendo posto

$$t_\mathrm{SM}(t_\mathrm{u}) = \Theta_0 - \lambda_0 + 12^\mathrm{h} + (k-n)\,t_\mathrm{u}$$

$$E = \sin^2(\varepsilon/2)\sin 2(\lambda_0 + n\,t_\mathrm{u}) - 2e\sin(n\,t_\mathrm{u}). \tag{G9.4}$$

Il t_{SM} è detto *Tempo Solare Medio* (TSM): rappresenta un tempo uniforme in t_{u} ed è legato al valore medio annuale della durata del giorno solare apparente; il termine E, pari alla differenza tra Tempo Solare Apparente e Tempo Solare Medio, è detto *Equazione del Tempo*.

Questo nome ha un'origine storica: inizialmente la definizione di E era opposta all'attuale, e stava a significare la quantità che occorreva aggiungere al tempo misurato (TSA) per "equalizzarlo," per renderlo uniforme. Con l'adozione del Tempo Siderale come base per il calcolo del TSM (v. più avanti) si è convenuto di adottare la definizione (G9.3) per indicare la correzione da apportare al TSM per avere il TSA.

Il grafico di fig. G9–4, in basso, rappresenta l'Equazione del Tempo: vi si riconoscono facilmente le due componenti — con periodi di 6 mesi e di un anno — sfasate perché la posizione del perigeo non coincide né con un equinozio, né con un solstizio. L'equazione del tempo assume valori di alcuni minuti, fino a estremi di circa un quarto d'ora. (Non bisogna dimenticare che nel nostro calcolo abbiamo introdotto alcune approssimazioni: un calcolo più accurato differisce dalla (G9.4) fino a circa 1^{m}). Si vede dunque che il TSA non è un "buon tempo," salvo per scopi assai grossolani.

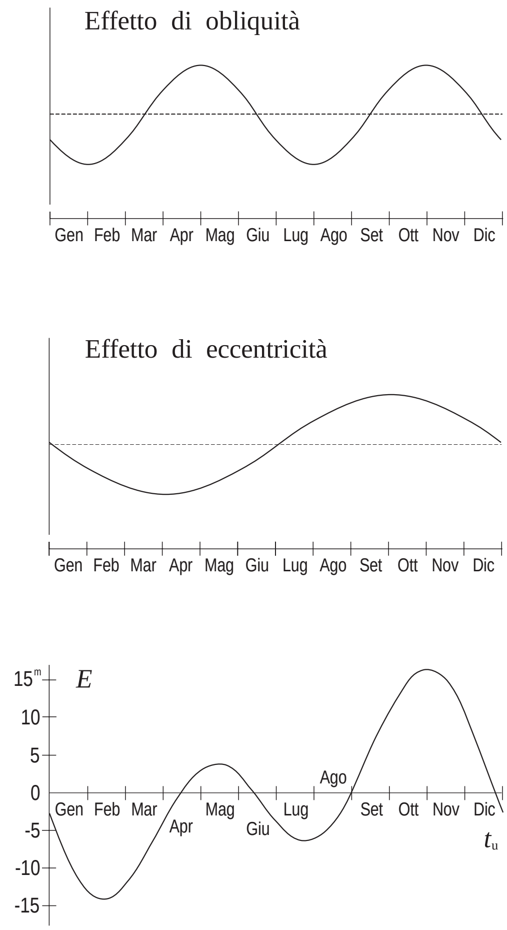

Fig. G9-4

Abbiamo così chiarito da che cosa dipende la differenza tra *giorno solare* (detto "apparente" o anche "vero") e *giorno solare medio*. Per visualizzare questa differenza, è tradizionale per gli astronomi riferirsi a un Sole fittizio, detto *Sole medio*, che percorre l'equatore in moto uniforme, con lo stesso moto medio del "Sole vero"; e definire di conseguenza il TSM come l'angolo orario del Sole medio. In effetti l'ipotesi fatta in precedenza — di un'ascensione retta del Sole che variasse uniformemente col tempo — corrisponde proprio all'artificio del "Sole medio" e conseguentemente la costante c introdotta allora non è altro che il moto medio n, come si vede dalla definizione di t_{SM}.

Da quanto si è detto è anche chiaro che non si può trovare il TSM direttamente da osservazioni del Sole (che danno solo il TSA). È per questo che il tempo solare (apparente) è stato abbandonato nella pratica astronomica: si preferisce definire il TSM a partire direttamente dal Tempo Siderale.

Il Tempo Siderale

Si è già accennato al fatto che come si è definito il Tempo Solare, si può definire il "tempo" di un qualsiasi oggetto celeste, come l'angolo orario di quello. Per avere una "buona" definizione di tempo si cercherà allora di riferirsi a corpi celesti aventi moto regolare: abbiamo visto che rifacendosi alle stelle le cose vanno molto meglio e da qui è nato il concetto di *Tempo Siderale*.

Ad essere più precisi, anche in questo caso però ci sono delle complicazioni: ad esempio, a causa dei moti propri delle stelle sorge il problema di quale stella scegliere per definire il tempo; così di fatto, per evitare il problema, si può scegliere di utilizzare direttamente il punto γ.

Se il punto γ fosse fisso tra le stelle non ci sarebbe altro da dire, ma come sappiamo non è così: tanto l'eclittica quanto l'equatore si spostano continuamente, e lo stesso accade della loro intersezione (v. Cap. G7: precessione e nutazione). Una conseguenza della precessione è che il giorno siderale di una stella è diverso dal giorno siderale del punto γ: questo è più breve di circa 0.01 s. Inoltre, sempre a causa della precessione, si danno due diverse definizioni di anno:

- *anno siderale*, che è il tempo occorrente perché il Sole ritorni nella stessa posizione rispetto alle stelle fisse
- *anno tropico*, che è il tempo occorrente perché il Sole ritorni al punto γ.

Dato che il Sole ha un moto medio di 360° in 365 giorni circa, si trova che esso percorre $50''$ in circa 1200 s (20 min) e perciò (fig. G9–5)

$$\text{anno tropico} \;\simeq\; \text{anno siderale} - 1200\,\text{s}.$$

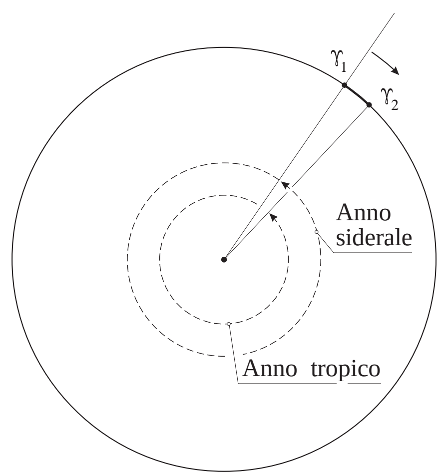

Fig. G9-5

Tornando alla definizione di TS, si è visto che non è indifferente usare una stella o il punto γ. In realtà si definisce il TS come l'angolo orario H del punto γ. La ragione per cui si è scelto un punto immaginario è che essendo questo definito dal moto del Sole si possono connettere al problema osservazioni del Sole.

Per fare determinazioni di TS occorrono allora:

1) osservazioni stellari, per risalire indirettamente alla posizione del punto γ a quell'istante
2) osservazioni solari, per definire bene il nodo ascendente dell'eclittica sull'equatore, cioè il punto γ, che è il punto in cui $\alpha_\odot = 0$, $\delta_\odot = 0$.

Determinazione del tempo siderale

Vediamo un procedimento concettualmente possibile, anche se non è il migliore né il più preciso, per determinare insieme l'ascensione retta delle stelle, quella del Sole, e il TS.

Intanto occorre un orologio, cioè un oggetto di cui supporremo inizialmente solo che marci a velocità costante: dovremo noi con osservazioni trovarne la scala e lo zero. Ricordiamo che dalla formula fondamentale $\Theta = \alpha + H$ si deduce che $\alpha = \Theta$ per $H = 0$; cioè per una stella al meridiano l'ascensione retta (alla data) è proprio il TS. Potremmo allora pensare di costruirci un orologio basato sul passaggio delle stelle al meridiano; ma le stelle ben visibili (o anche tutte le stelle, se vogliamo) non sono infinite e tanto meno formano un continuo, per cui noi potremmo sapere l'ora solo in certi istanti. Inoltre vogliamo supporre di non sapere neppure le coordinate delle stelle; di fare cioè un'osservazione "fondamentale," ossia che non derivi da nessun risultato precedente.

Presa a caso una stella (es. *Altair* = α *Aql*), per regolare l'orologio cominciamo a vedere quando questa passa al meridiano in più giorni consecutivi (ricordiamo che il giorno siderale è definito come l'intervallo di tempo fra i due passaggi della stella al meridiano, e trascuriamo per semplicità l'effetto della precessione).

Se facciamo le stesse osservazioni per diverse stelle (es. α *Aql* e α *Tau*) potremo verificare che la marcia dell'orologio è corretta durante il giorno (fig. G9–6): in altro modo non potremmo accorgerci se l'orologio, invece di marciare regolarmente, andasse un po' avanti e un po' indietro, ma in modo da compensarsi ogni 24 ore (va detto che è assai improbabile che questo accada col ciclo del giorno siderale: potrebbe succedere a causa della temperatura, ma allora il periodo sarebbe un giorno solare).

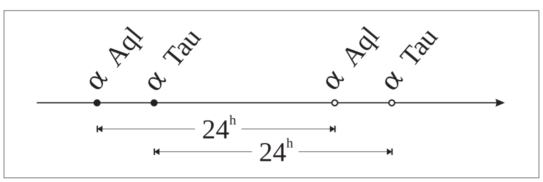

Fig. G9-6

A questo punto potremo dare a tutte le stelle un'ascensione retta provvisoria, ponendo ad es. $\alpha_{\rm pr}(Altair) = 0$. Col nostro orologio, ormai regolato nella marcia, potremo così farci una tabella di $\alpha_{\rm pr}$ per tutte le stelle: questi valori saranno errati ma tutti per una stessa costante additiva; trovata questa, sarà facile correggerli.

Il punto è quello di trovare adesso $\alpha_{\rm pr}$ del punto γ. Per questo facciamo osservazioni solari, tabulando i valori di $\Theta_{\rm pr}$, $\alpha_{\rm pr}$, δ.

Notiamo che δ è indipendente dai tempi e fissato l'asse terrestre, cioè il polo nord celeste, si trova facilmente. Per determinare il polo celeste si può ricorrere a una stella situata nei suoi pressi, oppure a una qualsiasi stella circumpolare, osservandone i due passaggi al meridiano (fig. G9–7): la media delle due altezze dà l'altezza del polo.

Lo strumento necessario per queste osservazioni sarà uno "strumento dei passaggi," cioè un cannocchiale libero di ruotare soltanto nel piano del meridiano, intorno a un asse orizzontale. Lo strumento sarà poi dotato di un cerchio graduato per le misure di altezza (e quindi di declinazione): in questa forma assume il nome di "cerchio meridiano."

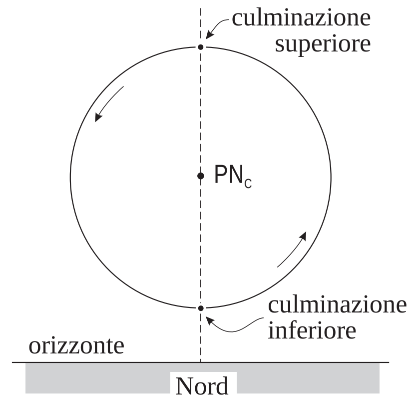

Fig. G9-7

Una volta fatta, giorno per giorno, una tabella

$$\Theta_{\text{pr}}, \quad \alpha_{\text{pr}}, \quad \delta$$

si va a cercare con opportune interpolazioni per quali Θ_{pr} e α_{pr} si avrebbe $\delta = 0$. In questo modo si ottiene la α_{pr} del punto γ e con ciò si possono correggere tutte le ascensioni rette (fig. G9–8). Avendo misurato anche le δ delle stelle, si ha così un catalogo corretto delle posizioni delle stelle. Poiché per $H = 0$ è $\alpha = \Theta$, anche il TS è errato per la stessa costante, e si può quindi rimettere a posto anche lo zero dell'orologio.

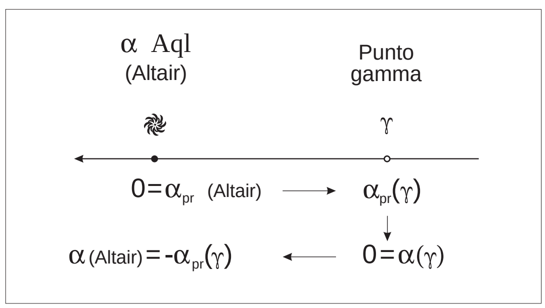

Fig. G9-8

Una variante che permette una precisione maggiore è la seguente. Osserviamo che α e δ del Sole sono correlate per mezzo dell'angolo $\varepsilon = \delta_{\max}$; dalla fig. G9–2 si vede che vale la relazione (G6–10):

$$\sin\alpha = \operatorname{tg}\delta \operatorname{cotg}\varepsilon.$$

Dunque per ogni valore di δ si può calcolare l'esatto α. Si può allora costruire una tabella

$$\Theta_{\text{pr}}, \quad \delta, \quad \alpha_{\text{calc}}, \quad \alpha_{\text{pr}}, \quad \alpha_{\text{pr}} - \alpha_{\text{calc}}.$$

L'ultima differenza a meno di errori dovrebbe risultare costante: ciò non accadrà, ma in questo modo si avranno indicazioni degli errori, che potranno essere corretti.

Abbiamo visto come con osservazioni fondamentali si possa ottenere il TS locale $\Theta_{\rm L}$. Al giorno d'oggi scambiare informazioni di tempi è facile (ad es. via radio) per cui dal confronto tra $\Theta_{\rm L}$ e $\Theta_{\rm G}$ di Greenwich si deduce subito la longitudine del luogo.

Non era lo stesso alcuni secoli fa, quando non si disponeva di orologi sicuri e tanto meno di segnali radio. Il problema era particolarmente sentito in mare, dove la determinazione della longitudine era un'operazione vitale, almeno per la navigazione oceanica. Infatti le esigenze della navigazione sono state un fortissimo incentivo alla realizzazione di orologi affidabili anche su lunghi periodi: il problema fu praticamente risolto per la prima volta da *Harrison*, verso la metà del '700.