G7. Correzioni alle coordinate

Premessa

Ci sono molte ragioni per le quali le coordinate di un oggetto celeste (una stella, un pianeta, ecc.) possono cambiare nel tempo, a parte quella apparentemente più ovvia, che il corpo in questione si muova. Le variazioni delle coordinate possono avere cause assai diverse dal punto di vista fisico, tanto che potrebbe essere opportuno trattarle in relazione ai diversi meccanismi che entrano in gioco. Tuttavia sia per ragioni storiche, sia pratiche, conviene spesso vedere tutti questi effetti come delle "correzioni" da apportare alle coordinate, e in tal senso riesce utile una trattazione unitaria. Dedicheremo perciò il presente capitolo all'argomento, riservandoci di riprenderne alcuni aspetti quando potremo approfondirli.

In questo spirito distingueremo sette meccanismi di variazione:

1. Nelle osservazioni fatte dalla superficie terrestre, occorre tener conto del fatto che l'atmosfera perturba la propagazione della luce che arriva da un corpo celeste: è questa la *rifrazione astronomica*.
2. Per le coordinate legate alla definizione del punto γ (equatoriali o eclittiche) ha importanza il fatto che la direzione dell'asse di rotazione della Terra non resta fissa nello spazio (*precessione*, *nutazione*).
3. Esiste un altro fenomeno, da non confondersi con la precessione o con la nutazione, detto *moto del Polo*: l'asse di rotazione terrestre non è esattamente fisso neppure rispetto alla Terra.
4. La rotazione terrestre e il moto orbitale della Terra influiscono sulla direzione in cui un oggetto è visto da un punto sulla superficie o anche dal centro della Terra: abbiamo qui a che fare con la *parallasse*, rispettivamente *diurna* e *annua*.
5. Anche la velocità relativa tra l'oggetto osservato e la Terra altera la direzione in cui l'oggetto è visto; inoltre la velocità finita della luce fa sì che esso non si trovi, all'istante di osservazione, là dove lo si vede. I due effetti, come vedremo, sono strettamente connessi e insieme costituiscono la cosiddetta *aberrazione*: a questo fenomeno dedicheremo un capitolo a parte.
6. In epoca recente, per misure di elevata precisione, è diventato importante tener conto della *deflessione gravitazionale* della luce.
7. È oggi ben noto che le stelle sono tutt'altro che fisse, ma anzi si muovono nella Galassia a velocità di oltre 200 km/s rispetto a un riferimento inerziale solidale al suo centro. Tale velocità è inoltre diversa da una stella all'altra: perciò la loro posizione relativa cambia nel corso del tempo, e il conseguente cambiamento di coordinate viene descritto come *moto proprio*.

La rifrazione astronomica

È noto che la densità dell'atmosfera decresce con la quota, e quindi allo stesso tempo l'indice di rifrazione passa da un valore di circa 1.0003 a livello del mare, fino a 1 fuori atmosfera. Di conseguenza un raggio di luce che arrivi da una stella viene incurvato verso il basso (fig. G7–1) e la distanza zenitale z' a cui la stella viene vista è minore di quella z che si avrebbe senza atmosfera. La differenza $z - z'$ è l'*angolo di rifrazione.*

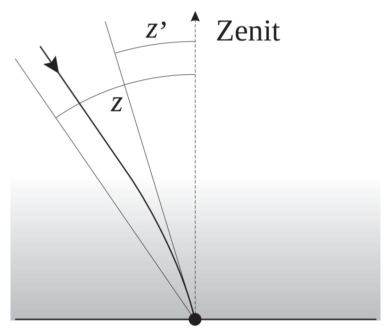

Fig. G7-1

È facile calcolare l'effetto se si suppone di poter trascurare la curvatura terrestre: infatti in tal caso

$$n \sin z' = \sin z \qquad \text{(G7.1)}$$

se n è l'indice di rifrazione al suolo. Data la piccolezza dell'angolo di rifrazione, si può approssimare la (G7.1) con

$$z - z' = (n - 1)\ \mathrm{tg}\, z. \qquad \text{(G7.2)}$$

Dalla (G7.2), e dal valore di n, si vede che per piccoli z la rifrazione in secondi d'arco ammonta all'incirca alla distanza zenitale in gradi; ancora per $z = 45°$ vale circa $1'$.

Però l'ipotesi fatta cade in difetto quando la sorgente di luce è vicina all'orizzonte (infatti la (G7.2) darebbe rifrazione infinita!). In queste condizioni il calcolo è molto più complesso, perché bisogna tener conto della curvatura della Terra e occorre conoscere l'andamento dell'indice di rifrazione dell'atmosfera con la quota. Ci limitiamo perciò a un dato indicativo: all'orizzonte la rifrazione è circa di $0°.5$ (ma varia anche con le condizioni meteorologiche).

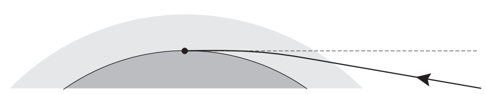

Fig. G7-2

Si noti che $0°.5$ è quasi il diametro angolare del Sole: ne segue che quando noi vediamo il Sole al tramonto che tocca l'orizzonte, esso è in realtà già tutto sotto l'orizzonte stesso. Un effetto pratico è che l'ora del tramonto risulta ritardata di qualche minuto (alle nostre latitudini circa 3^{m}) e simmetricamente il sorgere del Sole è anticipato di altrettanto.

Un'altra conseguenza importante della rifrazione riguarda le eclissi di Luna: il cono d'ombra è accorciato dalla rifrazione e non raggiunge la Luna, che infatti non è mai completamente oscurata, anche nel pieno di un'eclisse.

Precessione e nutazione

Si è già accennato nel Cap. G1 che il punto γ non occupa una posizione fissa tra le stelle. La scoperta del fenomeno risale, come abbiamo visto, a *Ipparco*, il quale si accorse che le longitudini eclittiche di tutte le stelle aumentavano regolarmente, di circa 50″ ogni anno. Egli interpretò questo effetto, coerentemente allo schema geocentrico, come dovuto a un addizionale moto di rotazione della sfera celeste (oltre a quello diurno) intorno al polo dell'eclittica, in senso diretto, con un periodo di quasi 26 000 anni.

Conseguenza di questo moto, oltre la già citata variazione delle longitudini, era che l'intervallo di tempo impiegato dal Sole a fare un giro dell'eclittica da equinozio a equinozio (anno *tropico*) era più breve di quello occorrente per tornare allo stesso punto dello Zodiaco (anno *siderale*): di qui il termine *precessione degli equinozi*. Un'altra conseguenza della precessione è che la stella polare cambia nel tempo: oggi essa è α *UMi*, ma sarà *Vega* (α *Lyr*) fra 11 000 anni.

Solo con *Copernico* si affermò un punto di vista diverso: non è la sfera delle stelle fisse che ruota, ma è l'asse di rotazione terrestre che cambia direzione, descrivendo un cono intorno al polo eclittico. La spiegazione dinamica di questo moto, come abbiamo già ricordato, fu data da *Newton*: la vedremo nella parte dedicata alla meccanica celeste. Va però detto che accanto alla precessione spiegata da Newton c'è un contributo addizionale, molto più piccolo (circa 2″ per secolo), detto *precessione geodetica*, di origine relativistica.

In realtà il moto dell'asse terrestre è più complesso: accanto al lento moto di precessione esso subisce anche un'oscillazione di piccola ampiezza (*nutazione*), scoperta da *Bradley* nel 1748. La nutazione ha un andamento temporale complicato, ma dominato da un periodo di 18 anni e mezzo; non a caso uguale a quello della retrogradazione dei nodi dell'orbita lunare.

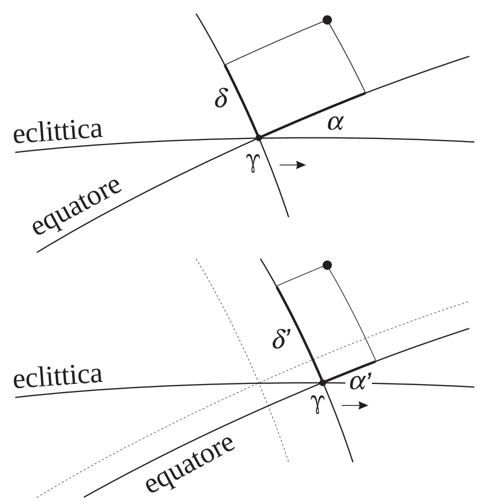

Fig. G7-3

Se supponiamo invariabile il piano dell'eclittica, precessione e nutazione hanno entrambe per effetto di modificare l'intersezione fra equatore ed eclittica: la prima in modo *secolare*, la seconda in modo *periodico* (nutazione *in longitudine*, di ampiezza $\sim 20''$); ne segue una variazione della longitudine eclittica, mentre la latitudine resta inalterata. In coordinate equatoriali la situazione è più complicata, in quanto lo spostamento del punto γ modifica tanto l'ascensione retta quanto la declinazione. Inoltre la nutazione ha anche una componente *in obliquità*: l'angolo ε di obliquità varia periodicamente, con ampiezza $\sim 10''$, e ne segue un ulteriore effetto sulle coordinate equatoriali.

Infine occorre tener presente che il piano dell'eclittica non è fisso, a causa della perturbazione degli altri pianeti sul moto della Terra. Il risultato a breve termine (secoli) può essere descritto come una rotazione del piano, nella misura di circa $47''$ per secolo.

Da un punto di vista pratico, chi debba fare calcoli precisi trova oggi pubblicate le matrici di rotazione per le coordinate equatoriali o eclittiche, che tengono conto di tutti gli effetti citati.

Come informazione riassuntiva, basterà sapere che la correzione per precessione è sempre essenziale, dato che, come si è detto, ammonta a oltre $50''$ all'anno in longitudine; per questa ragione è imperativo precisare l'*epoca* delle coordinate. La nutazione è meno importante, non tanto perché sia piccola, quanto perché di solito le coordinate sono riferite all'equinozio e all'equatore *medio*, ossia non affetti da nutazione. Il solo caso in cui si deve tener conto della nutazione è quando si abbia a che fare con misure dirette, eseguite con uno strumento, che sono ovviamente riferite a equinozio ed equatore *della data*.

Il moto del Polo

Supponiamo, per cominciare, di poter trattare la Terra come un corpo rigido. È noto che in generale momento angolare $\vec{S}$ e velocità angolare $\vec{\omega}$ non sono paralleli (lo sono solo se entrambi diretti secondo un asse principale d'inerzia). Nel caso semplice di un solido di rotazione (giroscopio) si dimostra che i due vettori stanno sempre in uno stesso piano passante per l'asse di simmetria; per un corpo schiacciato, come la Terra, $\vec{S}$ è interno all'angolo acuto formato da $\vec{\omega}$ col detto asse.

Se si trascurano perturbazioni esterne $\vec{S}$ è costante, ma $\vec{\omega}$ ruota intorno a $\vec{S}$ in senso antiorario (sempre nel caso schiacciato) e lo stesso fa l'asse di simmetria; il che è quanto dire che $\vec{\omega}$ ruota attorno all'asse di simmetria. Il punto in cui la semiretta che contiene $\vec{\omega}$ interseca la superficie terrestre è il Polo Nord, che dunque non resta fisso sulla Terra, ma descrive una circonferenza.

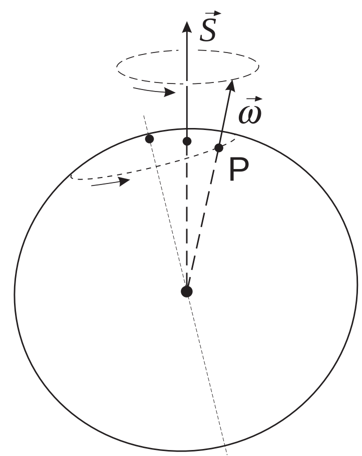

Fig. G7-4

Tutto quanto precede fu trovato da *Eulero*, che calcolò anche il periodo del moto del Polo (esso dipende dai momenti d'inerzia della Terra): il risultato è circa 305^{d} siderali, detto appunto *periodo di Eulero*. In realtà la Terra non è rigida, e fu in seguito dimostrato che questo porta a un allungamento del periodo, che diventa di oltre 400^{d} siderali (*periodo di Chandler*).

Il moto del Polo è stato messo in evidenza fin dagli inizi del secolo scorso, e oggi è noto con notevole precisione. La misura è ovviamente indiretta: se cambia la posizione del Polo Nord, cambia la latitudine di un punto fisso sulla Terra (cambia anche la longitudine, e di questo riparleremo a proposito del tempo). Disponendo una rete di osservatori che eseguono precise misure di latitudine si arriva a conoscere la posizione del Polo nel corso del tempo. Il risultato è che la traiettoria reale è assai irregolare, e solo all'ingrosso si può approssimare con una circonferenza: il raggio medio è di $\sim 10\,\mathrm{m}$, che in angolo equivalgono a poco più di $0''.3$. Questa è dunque l'ampiezza delle oscillazioni in latitudine.

Una variazione delle coordinate geografiche del luogo di osservazione modifica ovviamente la trasformazione fra coordinate equatoriali e altazimutali. Per le coordinate equatoriali di una stella non ha invece importanza il moto dell'asse polare rispetto alla superficie terrestre, bensì quello rispetto a un riferimento inerziale: in assenza di forze esterne, come abbiamo già detto, in tale riferimento sarebbe costante $\vec{S}$, non $\vec{\omega}$. Il moto di $\vec{\omega}$ implica il moto dell'equatore, quindi una variazione delle coordinate equatoriali; si vede però che tale variazione è al più dell'ordine di $0''.001$, perché tale è l'angolo tra $\vec{S}$ e $\vec{\omega}$.

La parallasse

L'argomento è già stato trattato nel cap. precedente, quando abbiamo esaminato il cambiamento di coordinate per traslazione. Abbiamo visto allora che per passare da coordinate geocentriche a topocentriche si deve porre, con la (G6–4)

$$\vec{r}_\mathrm{g} = \vec{\varrho}\,' + \vec{r}_\mathrm{t} \tag{G7.1}$$

dove il vettore $\vec{\varrho}\,'$, che va dal centro della Terra al luogo di osservazione, ruota insieme con la Terra. Ne segue che se anche $\vec{r}_\mathrm{g}$ è costante, $\vec{r}_\mathrm{t}$ varia nel tempo, descrivendo un cono intorno al primo: è questa la *parallasse diurna*. Il calcolo si fa nel modo più semplice in cooordinate cartesiane, a partire dalla (G7.1), e non occorre qui dare i dettagli. Ripetiamo solo quanto già detto nel Cap. G1: la parallasse diurna delle stelle è sempre trascurabile, mentre non lo è per i corpi del sistema solare. Anzi, è stata questa la prima via usata per ricavare le dimensioni del sistema.

Allo stesso modo si procede per la *parallasse annua*, che è connessa col passaggio dal riferimento eliocentrico a quello geocentrico, secondo la (G6–3):

$$\vec{r}_\mathrm{e} = \vec{\varrho} + \vec{r}_\mathrm{g}.$$

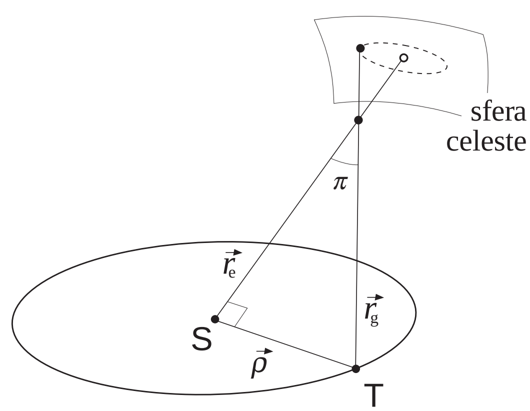

Fig. G7-5

Anche in questo caso, se pure la posizione eliocentrica $\vec{r}_\mathrm{e}$ non dipende dal tempo, quella geocentrica $\vec{r}_\mathrm{g}$ risente del moto orbitale della Terra, descritto dal vettore $\vec{\varrho}$. Di nuovo $\vec{r}_\mathrm{g}$ descrive un cono attorno a $\vec{r}_\mathrm{e}$, ma occorre osservare che non si tratta di un cono circolare, per due motivi:

– per una stella generica $\vec{r}_\mathrm{e}$ non è perpendicolare a $\vec{\varrho}$

– il modulo di $\vec{\varrho}$ non è costante, causa l'eccentricità dell'orbita della Terra.

Si chiama *parallasse* π (si sottintende *annua*) l'angolo tra $\vec{r}_\mathrm{e}$ e $\vec{r}_\mathrm{g}$ calcolato nell'ipotesi che $\vec{r}_\mathrm{e}$ sia perpendicolare a $\vec{\varrho}$ (cosa che per qualunque stella capita due volte all'anno) e che il modulo di $\vec{\varrho}$ sia un'unità astronomica ($A \simeq$ il semiasse dell'orbita della Terra: daremo la definizione esatta nella terza parte). Se poniamo $D = |\vec{r}_\mathrm{e}|$ avremo $A = D \operatorname{tg} \pi$; però, come vedremo fra poco, π è sempre così piccolo che si può confondere con la sua tangente, e scrivere quindi

$$A = D\,\pi \quad \Rightarrow \quad D = A/\pi. \tag{G7.2}$$

Ovviamente nella (G7.2) π va misurato in radianti; tuttavia è consolidato l'uso di esprimere la parallasse in secondi d'arco, e risulta perciò conveniente introdurre un'unità di distanza che corrisponde a una parallasse di $1''$: è questo il *parsec* (abbreviato pc). Poiché $1\,\mathrm{rad} \simeq 2''.06 \cdot 10^5$ si trova

$$1\,\mathrm{pc} \simeq 2.06 \cdot 10^5\,A$$

e poi

$$D = 1/\pi \qquad (D \text{ in pc}, \pi \text{ in }'').$$

La prima parallasse annua fu misurata nel 1838 da *Bessel*, per la 61 *Cyg* ($\pi = 0''.299$). È ben noto però che la stella più vicina è la α *Cen* ($\pi = 0''.756$). Dunque per tutte le stelle $\pi < 1''$ e l'errore relativo nel confondere $\operatorname{tg}\pi$ con π non supera mai 10^{-11}.

La deflessione gravitazionale

Questo effetto, previsto da *Einstein* nel quadro della Relatività Generale, fu osservato per la prima volta durante l'eclisse totale di Sole del 1919. L'angolo di deflessione dovuto al Sole ha l'espressione

$$\vartheta = \frac{4GM_\odot}{c^2 d}$$

dove ϑ è misurato in radianti e d è la distanza minima del raggio dal centro del Sole. In vicinanza del bordo la deflessione prevista è di $1''.75$, e decresce in funzione dell'elongazione, riducendosi a $0''.004$ a $90°$ dal Sole.

Tuttavia con tecniche di radiointerferometria anche un angolo così piccolo è misurabile con buona precisione, sì che oggi la previsione di Einstein è verificata, anche a grandi angoli, entro l'1%.

In ogni caso per misure di posizione abbastanza accurate (per le stelle e anche per i pianeti) si deve tener conto della deflessione, accanto agli altri effetti già visti. Non diamo qui ulteriori dettagli.

Il moto proprio

Il moto di una stella in un riferimento solidale al sistema solare può essere visto come la somma di due moti componenti: uno nella direzione di osservazione, detto *radiale*, e uno *trasversale*, ossia tangente alla sfera celeste. Il moto radiale non ha qui importanza, dato che non influisce sulle coordinate angolari: ci occuperemo dunque solo del moto trasversale.

La velocità angolare del moto trasversale si chiama *moto proprio* μ, ed è data di solito in secondi d'arco per anno. Dal moto proprio è facile risalire alla velocità trasversale:

$$v_{\mathrm{t}} = \mu D = \frac{\mu A}{\pi} \tag{G7.4}$$

dove π è la parallasse. Usando le unità più comuni (km/s per la velocità, $''$ per la parallasse, $''$/anno per il moto proprio) la (G7.4) diventa

$$v_{\mathrm{t}} = 4.74\,\frac{\mu}{\pi}.$$

Nella misura dei moti propri esiste però il problema di come orientare il sistema di riferimento: abbiamo supposto che il riferimento sia eliocentrico (o meglio baricentrico); ma come possiamo essere certi che non ruoti? Riprenderemo più a fondo l'argomento trattando della Galassia; per ora ci limitiamo all'ipotesi essenziale: che le stelle non abbiano un moto rotatorio d'insieme.

Si noti che senza quest'ipotesi non sarebbe neppure possibile assegnare un preciso valore alla precessione: infatti la rotazione dell'asse terrestre dipende ovviamente anch'essa dal sistema di riferimento. Occorre perciò assumere che non ci sia un moto proprio sistematico per tutte le stelle nel senso della longitudine. In modo analogo eventuali moti propri complessivi nel senso della latitudine vengono interpretati come oscillazioni dell'equatore rispetto all'eclittica (nutazione).

La prima osservazione di moti propri, che smentiva l'antica convinzione delle stelle "fisse" sulla sfera celeste, si deve a *Halley* (1718). Oggi si conoscono oltre 300 stelle aventi moto proprio superiore a $1''$/anno; la più veloce è la *stella di Barnard* ($m = 9.5$, $D = 1.81\,\mathrm{pc}$) con $\mu = 10''.3$/anno: si tratta dunque di una stella molto vicina e poco luminosa. Per le velocità trasversali si hanno valori tipici di $20 \div 50\,\mathrm{km/s}$. Sulla base di argomenti che vedremo, ci si deve aspettare che esistano anche velocità molto maggiori, ma è difficile misurarle direttamente perché è probabile che si riscontrino in stelle lontane, di cui il moto proprio è sconosciuto o comunque noto con grande incertezza.