

G1. La sfera celeste

Il moto diurno

Com'è noto, l'astronomia è la più antica delle scienze. La descrizione dei fenomeni celesti quali appaiono dalla Terra (punto di vista geocentrico) è prevalsa fino a Copernico, e ha quindi grande interesse storico. Ma ancora oggi, dato che tutte — o quasi — le osservazioni si compiono dalla superficie terrestre, o dalle immediate vicinanze di essa, come nel caso di satelliti artificiali, la descrizione geocentrica conserva importanza fondamentale. È per questo che cominceremo il nostro discorso mettendoci in atteggiamento geocentrico.

Il moto apparente delle stelle e di tutti gli altri oggetti celesti è certamente un fenomeno noto all'uomo da sempre, tanto è evidente, pur di osservare il cielo con un minimo di attenzione e assiduità. Va detto subito che solo in epoche recenti è venuta meno la necessità e l'opportunità di guardare il cielo, cosicché ciò che ora può sembrare una scoperta, fino a qualche decennio fa era parte del sapere comune.

L'osservazione notturna delle stelle, e in particolare il fatto di poter riconoscere delle configurazioni immutabili, rende evidente un moto d'insieme che conserva distanze e angoli tra allineamenti di stelle, e fa nascere immediatamente l'idea di una sfera rigida che ruota su se stessa. La rotazione avviene attorno a un asse individuabile da due punti fissi, detti *poli*, uno dei quali è visibile nel cielo, mentre l'altro rimane sotto l'orizzonte. Sulla sfera celeste le stelle, che sembrano occupare posizioni fisse, sono distribuite in modo disuniforme e casuale, ciò che ha consentito alla fantasia popolare di riconoscerle forme riconducibili a tradizioni mitologiche o alla vita quotidiana (personaggi, animali, oggetti ...): le costellazioni nascono presumibilmente come il primo modo di fissare dei punti di riferimento naturali nella vastità del cielo.

Il moto di rotazione della sfera celeste è troppo lento perché possa essere percepito come tale; occorrono più osservazioni, anche a distanza di poche ore, per verificare che l'insieme delle stelle ha cambiato posizione rispetto all'orizzonte dell'osservatore e dedurre la presenza del moto. Una tecnica attuale, alla portata di tutti, per evidenziare tale moto è quella di fotografare il cielo, praticamente con una qualunque macchina, lasciando aperto l'obiettivo per un certo tempo: se si è puntata la macchina verso il polo visibile, ogni stella descriverà un arco di cerchio avente per centro il polo stesso.

Possiamo tradurre quanto detto sopra in forma più moderna, abbandonando ovviamente ogni concetto di materialità della sfera celeste: la sfera celeste è una sfera di raggio indeterminato, centrata nel punto di osservazione, sulla quale vengono proiettati tutti i corpi celesti; alternativamente si può dire che la sfera celeste è l'insieme delle direzioni o dei versori nello spazio tridimensionale. Con questo stiamo dicendo implicitamente che, almeno per il momento, la nostra descrizione del cielo prescinde dalla distanza a cui stanno gli oggetti celesti.

La prima osservazione è dunque che lo spazio sembra ruotare attorno ad una direzione fissa; più realisticamente diremo che il riferimento dell'osservatore, la Terra, è in rotazione nello spazio (cioè rispetto a un altro riferimento "esterno" che sarà precisato meglio nel seguito), col periodo di un giorno. Si era accennato alla possibilità di rivelare con l'uso della tecnica fotografica questo moto apparente: invero l'immagine della zona polare in cui le stelle producono archi di cerchi concentrici, riportata ormai su molte pubblicazioni, è abbastanza familiare; forse non altrettanto nota è la quantità d'informazioni che si ricavano da una tale immagine (fig. G1-1).

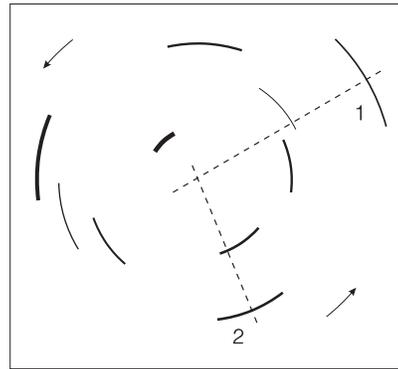


Fig. G1-1

- 1: Il polo celeste si può trovare facilmente considerando due archetti (1,2) più o meno ad angolo retto tra loro: si tracciano gli assi delle rispettive corde e s'individua così il centro, che è il Polo.
- 2: Si scopre subito che la stella Polare non è nel polo e si può stimare facilmente quanto ne dista.

Per fare un caso concreto, supponiamo che misurando sulla fotografia stampata si trovi uno spostamento di circa 5 mm. Per valutare lo spostamento in angolo, occorre conoscere la focale dell'obiettivo usato e l'ingrandimento nella fase di stampa: se per ipotesi si fosse usata una focale di 50 mm e un ingrandimento di circa 8 volte, ciò corrisponderebbe ad aver usato una focale equivalente $f = 50 \times 8 = 400$ mm.

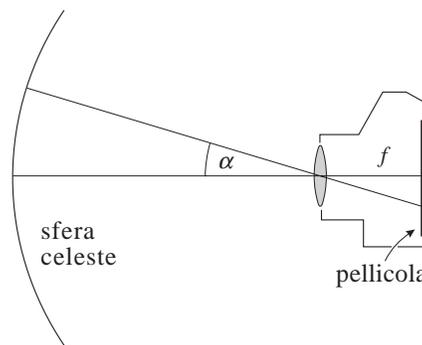


Fig. G1-2

Dalla fig. G1-2 la relazione esatta tra la distanza x sulla fotografia e l'angolo di separazione α è $x = f \operatorname{tg} \alpha$, che per angoli piccoli può approssimarsi $x = f\alpha$, cioè

$$\alpha = x/f.$$

L'angolo α così ottenuto è in radianti; per averne una stima in gradi si moltiplica per 60 ($1 \operatorname{rad} \simeq 57^\circ 18'$).

Allora avremo, per $x = 5$ mm:

$$\alpha = \frac{5}{400} \times 60 \simeq 0^\circ.75$$

Si ha così da una sola foto un primo risultato quantitativo, discretamente approssimato: attualmente la stella polare dista circa $0^\circ.7$ dal Polo.

G1-2

3: Valutazione del tempo di esposizione: se ad es. l'arco prodotto da ogni stella è stimato circa 30° , per avere il tempo in minuti faremo:

$$360^\circ : (24 \times 60)^m = 30^\circ : t$$

$$t = \frac{(24 \times 60)^m \times 30^\circ}{360^\circ} = 120^m.$$

4: Ci si può chiedere se le traiettorie siano effettivamente cerchi concentrici.

In effetti questo accade esattamente solo se il punto di osservazione è in un polo terrestre. In un sistema di riferimento solidale con la Terra, una stella appare percorrere un cerchio che ha il centro C (fig. G1-3) sull'asse polare, e tale centro viene visto dal punto Q in una direzione che forma un angolo α con quella del Polo celeste. Questo stesso effetto si suole descrivere comunemente in un riferimento che conserva orientamento costante rispetto alle stelle: allora una stella vicina appare spostarsi rispetto allo sfondo delle stelle lontane, e questo spostamento si chiama *parallasse diurna* (fig. G1-4).

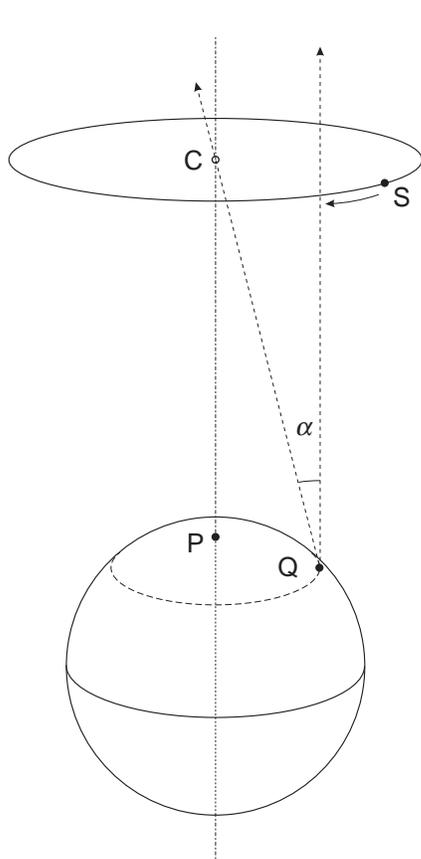


Fig. G1-3

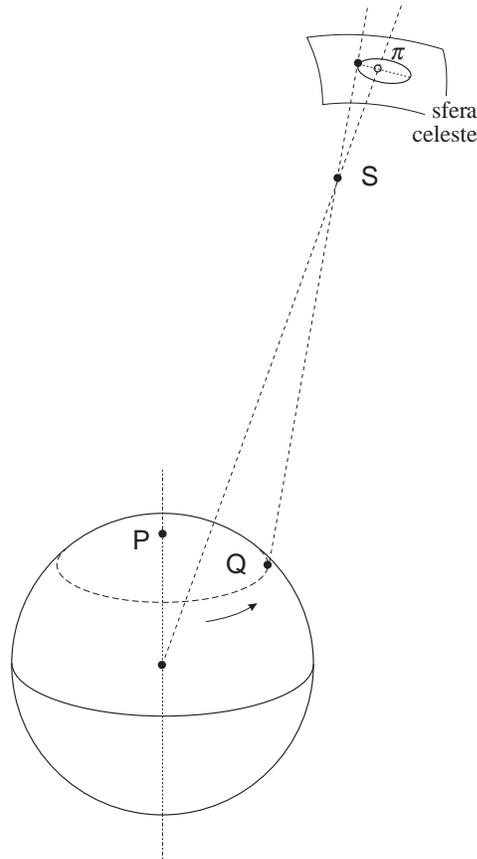


Fig. G1-4

La parallasse diurna

L'aspetto e l'entità dell'effetto di parallasse diurna si vede bene considerando come il riflesso del moto di Q lungo il suo parallelo. Poiché la traiettoria di Q è un cerchio, la traiettoria apparente della stella S sarà la proiezione di tale cerchio fatta da S sulla sfera celeste; avrà perciò forma circolare se la stella è sull'asse polare, forma ellittica nel caso generale.

Il massimo spostamento angolare prodotto dalla parallasse è lo stesso angolo α visto prima: il suo più grande valore si avrà se Q è all'equatore, e sarà

$$\alpha \simeq \text{tg } \alpha = R/D$$

essendo R il raggio terrestre (circa $6 \cdot 10^3$ km) e D la distanza della stella. Per la stella più vicina $D \simeq 4$ anni-luce; ricordando che la luce viaggia alla velocità di circa $3 \cdot 10^5$ km/s e che in un anno ci sono circa $3 \cdot 10^7$ secondi si ha che

$$1 \text{ anno-luce} \simeq 9 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

Troviamo così :

$$\alpha \simeq \frac{6 \cdot 10^3}{4 \times 9 \cdot 10^{12}} = 1.7 \cdot 10^{-10} \text{ rad} \simeq 3'' \cdot 10^{-5}$$

ricordando che

$$1 \text{ rad} \simeq 2'' \cdot 10^5 \quad 1'' \simeq 5 \cdot 10^{-6} \text{ rad.}$$

Ora notiamo che un angolo di 10^{-5} secondi, come quello trovato, è circa 10^{-3} volte la sensibilità massima raggiungibile al giorno d'oggi. Dunque la parallasse diurna delle stelle non è certamente osservabile, mentre lo è per i corpi del sistema solare, ed è notevole (fino a quasi 1°) per la Luna.

Latitudine. Stelle circumpolari e occidue

L'angolo tra l'asse di rotazione della sfera celeste e il piano orizzontale (φ in fig. G1-5) dipende dalla posizione dell'osservatore e viene definito *latitudine geografica* del luogo di osservazione: positiva se è visibile il Polo Nord, cioè se la località si trova nell'emisfero Nord della Terra, negativa in caso contrario.

La fig. G1-6 mostra che la sfera celeste, in relazione al suo moto di rotazione, può essere divisa in tre regioni, delle quali una è sempre visibile, una non lo è mai. La terza può essere osservata per metà ad un certo istante, e lo sarebbe per intero aspettando per un giorno, se non fosse per la luce solare. Ciò vale naturalmente per ogni

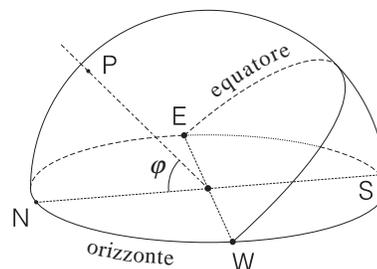


Fig. G1-5

G1-4

punto della Terra a esclusione dell'equatore e dei poli, che rappresentano casi particolari in cui l'una o l'altra delle tre regioni scompare.

Poniamoci ora a una latitudine intermedia, com'è il caso dell'Italia. Da quanto detto sopra, non è possibile per noi vedere tutte le stelle della sfera celeste; in particolare non si potranno vedere quelle comprese entro un cerchio centrato sul Polo Sud e di ampiezza pari alla nostra latitudine. Al contrario le stelle attorno al Polo Nord, dette *circumpolari*, saranno sempre visibili, almeno finché è notte; delle altre, dette *occidue* (cioè “che tramontano”), se ne vedrà metà a un certo istante e un maggior numero se seguiamo la rotazione della sfera celeste, finché la luce del giorno non impedirà l'osservazione.

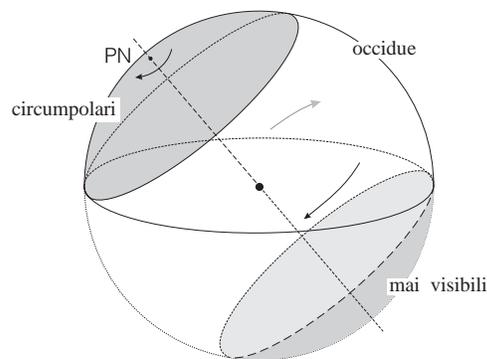


Fig. G1-6

Giorno solare e giorno siderale

Sembra dunque che a causa della presenza del Sole certe stelle non possano mai essere viste. Questo è vero, ma solo per entro un periodo di tempo limitato: infatti le stelle che non si possono vedere in un certo giorno, potranno essere osservate durante la notte in altro periodo dell'anno.

Com'è noto i nostri orologi sono regolati col moto diurno del Sole; a parte irregolarità che verranno ampiamente discusse nel seguito, diciamo che verso mezzogiorno il Sole *culmina* (cioè sta nella posizione più alta in cielo); a mezzanotte è in posizione opposta, sotto l'orizzonte. Se a una stessa ora della notte, per es. proprio a mezzanotte, osserviamo il cielo, notiamo facilmente che col passare dei giorni la sfera celeste appare progressivamente ruotata; viceversa, per ritrovare la stessa posizione delle stelle rispetto all'orizzonte, bisogna anticipare ogni notte l'ora di osservazione. Ovviamente dopo un certo numero di giorni si torna alla situazione iniziale.

Non è difficile stimare l'anticipo giornaliero delle stelle: è sufficiente anche qui una serie di fotografie, fatte in giorni successivi alla stessa ora. Per confronto con un riferimento fisso (l'orizzonte, ma anche un monte o il bordo di un terrazzo) si vede che verso Est le stesse stelle appaiono sempre più alte nelle foto successive. È facile verificare che per ritrovare le stelle alla stessa altezza occorre anticipare ogni giorno di 4^m l'ora della foto: ne segue che le stelle anticipano ogni giorno rispetto al Sole di circa 4 minuti.

Possiamo enunciare questo fatto in più modi equivalenti:

- a) in un sistema di riferimento che segue il moto diurno del Sole, la sfera celeste non è fissa ma ruota;

- b) nel sistema di riferimento della sfera celeste (detto anche delle “stelle fisse”) il Sole si muove (il periodo di questo moto definisce l’intervallo di un anno);
- c) le velocità di rotazione diurna della sfera celeste e del Sole sono diverse (ed è minore quella del Sole);
- d) i periodi di rotazione diurna della sfera celeste e del Sole sono diversi (ed è maggiore quello del Sole).

Il verso del moto del Sole rispetto alla sfera celeste è detto *diretto*, mentre il moto opposto (che incontreremo più avanti per i pianeti) è chiamato *retrogrado*.

Il periodo di rotazione diurno definisce il giorno: parleremo più propriamente di *giorno solare* se ci riferisce al moto apparente del Sole e di *giorno siderale* se ci si riferisce alla sfera celeste. Quanto abbiamo detto si traduce nel fatto che il giorno solare è più lungo del giorno siderale di circa 4 minuti. Nel seguito indicheremo l’unità di misura *giorno* con la lettera “d,” l’ora con “h,” ecc.

Diciamo per ora che la differenza fra il giorno solare e il giorno siderale è di 4^m: così se fissiamo per definizione 1^h (solare) = (1/24)^d (solare) avremo che:

- un giorno solare dura 24 ore
- un giorno siderale dura 23^h56^m circa.

L’eclittica

Consideriamo ora l’altezza del Sole sull’orizzonte e le sue variazioni (fig. G1–7). Per come sono definiti il Nord e il Sud appare chiaro che essa è massima quando il Sole passa per il meridiano Sud (*culminazione superiore*). È però assai più comodo considerare l’altezza del Sole sull’*equatore celeste* (definito come sezione della sfera con un piano per il centro, perpendicolare all’asse polare). Tale distanza angolare è detta *declinazione* δ . Se h è l’altezza del Sole sull’orizzonte alla culminazione e φ' è la colatitudine ($\varphi' = \pi/2 - \varphi$) avremo $\delta = h - \varphi'$ (per Pisa $\varphi = 43^\circ 43'$, $\varphi' = 46^\circ 17'$).

Poiché durante una giornata la declinazione del Sole non varia apprezzabilmente, il Sole descrive in un giorno un arco di parallelo più o meno distante dall’equatore. Però si osserva facilmente che nel corso dell’anno il Sole cambia declinazione, passando da un massimo (verso il 21 giugno) a un minimo (attorno al 21 dicembre). Dunque rispetto alla sfera celeste il Sole si muove in senso diretto (4^m al giorno) e cambia contemporaneamente la sua declinazione: il moto che ne deriva si svolge su un cerchio massimo (solidale con la sfera celeste) detto *eclittica* (fig. G1–8). Per individuare l’eclittica è necessario dare:

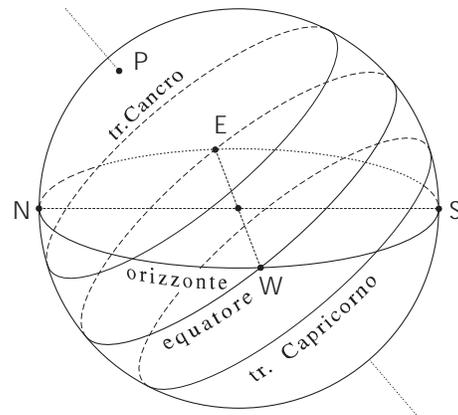


Fig. G1-7

G1–6

- 1) la sua inclinazione ε sull'equatore celeste, detta *obliquità dell'eclittica* (in prima approssimazione ε è costante e vale $23^{\circ}26'$);
- 2) i *punti nodali*, ossia i punti d'incontro fra eclittica ed equatore: *nodo ascendente* Ω , detto anche *punto d'Ariete* Υ o *punto γ* o *equinozio* (di primavera); e *nodo discendente* Υ' , detto anche *equinozio d'autunno* o *punto della Bilancia* \simeq .

Il punto γ si trova attualmente nella costellazione dei Pesci. Il nome di punto d'Ariete è dovuto al fatto che 2000 anni fa esso si trovava in quella costellazione. Questo c'introduce alla *precessione*, di cui si parlerà più avanti, e che per ora trascuriamo.

Si è detto che in prima approssimazione il percorso diurno del Sole si svolge lungo un parallelo celeste: questo è vero se si trascura la variazione di declinazione in un giorno. Se però componiamo i due moti suddetti, il Sole descriverà una lenta spirale doppia tra il parallelo più alto (detto *Tropico del Cancro*) e il più basso (*Tropico del Capricorno*).

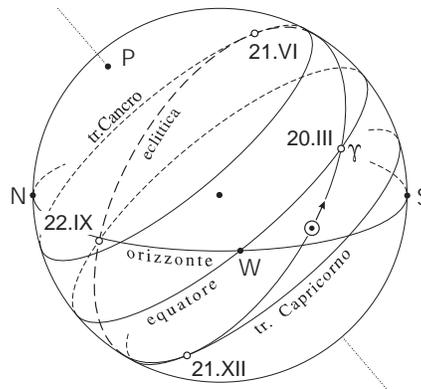


Fig. G1-8

Giorno e anno

Per vedere quanto impiega il Sole a percorrere l'intera eclittica basta considerare che essa viene percorsa sommando i 4 minuti circa di ritardo ogni giorno. Dato che l'altezza del Sole sull'orizzonte determina le stagioni, è chiaro che il tempo cercato coincide col ciclo delle stagioni. Perciò per definizione di anno il Sole riappare nella stessa posizione rispetto alla sfera celeste dopo un anno, avendo però percorso un giro meno di quella. Dunque, indicando con D_{\odot} e D_{\star} la durata di un giorno solare e siderale rispettivamente e con N il numero di giorni solari in un anno, si ha

$$ND_{\odot} = (N + 1)D_{\star} \quad (G1.9)$$

da cui si ricava

$$N = \frac{D_{\star}}{D_{\odot} - D_{\star}} = \frac{D_{\odot} - \Delta}{\Delta} = \frac{D_{\odot}}{\Delta} - 1 \quad (G1.10)$$

essendo Δ la differenza tra le durate dei due giorni, pari a circa 4 minuti.

Se a questo punto si prendesse Δ proprio uguale a 4^m , si otterrebbe $N = 359$. È però abbastanza ovvio che conviene invertire il ragionamento: da una misura della durata dell'anno si ottiene $N = 365.256$ e quindi una determinazione della durata del giorno siderale migliore di quanto non si possa fare direttamente:

$$\Delta = \frac{D_{\odot}}{N + 1} = 3^m 55^s .901$$

G1-7

$$D_{\star} = D_{\odot} - \Delta = 23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}.099 \quad (\text{G1.11})$$

L'anno di cui si è parlato sopra è in realtà l'anno *siderale*, mentre quello legato alle stagioni è l'anno *tropico*: si veda più avanti (Cap. G9) la discussione sulla differenza tra i due concetti.

Dato che il Sole fa il giro dell'eclittica in circa 365 giorni, il suo spostamento in un giorno risulta con buona approssimazione di 1° : è questa l'origine storica del grado come unità di misura angolare. Inoltre la sfera celeste ruota di 1 giro = 360° al giorno (siderale); ne segue che possiamo interpretare le unità di tempo anche come misure di angoli, secondo la seguente tabella di raffronto:

| | | | |
|-----|---------------|--------------|--------------------|
| 1 d | 360° | 90° | 6 h |
| 1 h | 15° | 1° | 4 m |
| 1 m | $15'$ | $1'$ | 4 s |
| 1 s | $15''$ | $1''$ | $(1/15) \text{ s}$ |

Potremo dunque parlare di un angolo di 2^{h} anziché di 30° , ecc. Si faccia però attenzione: in questo modo ore, minuti, ecc. sono unità angolari, e non si devono prendere come indicazioni valide in generale d'intervalli di tempo. Es.: la sfera celeste ruota di un angolo 2^{h} (30°) in $2/24$ di giorno siderale, cioè in 2 ore siderali, mentre il Sole descrive lo stesso angolo in 2 ore solari; la Luna impiegherà un tempo ancora maggiore.

Naturalmente gli angoli per i quali ha valore pratico la misura in tempo sono quelli nel senso della rotazione attorno all'asse polare; non certo la distanza in generale tra due astri, o tra una stella e l'equatore (declinazione).

Approssimazioni. Accuratezza dell'astronomia antica

Il procedimento di approssimazioni successive che abbiamo seguito non aveva lo scopo di facilitare i calcoli, ma quello di sviluppare la teoria secondo il suo svolgimento storico. Il fatto di poter confondere giorno solare e giorno siderale servì certamente per scoprire il moto della sfera celeste con il Sole; a un esame migliore si vede però che essi differiscono per 4^{m} circa, per cui s'indaga il moto del Sole sulla sfera celeste, dopo aver già bene acquisito che questa ruota uniformemente. Così il fatto che il Sole descriva sulla sfera celeste un cerchio massimo (eclittica) non è esatto, ma certo se il suo moto fosse stato molto diverso ci sarebbe voluto molto più tempo e fatica per ricondurlo a leggi semplici. Del resto ciò si verifica anche in altre branche della fisica: ad es. la termodinamica non si sarebbe sviluppata nel modo che conosciamo se i calori specifici non fossero in molti casi approssimativamente indipendenti dalla temperatura; in caso diverso già il concetto di quantità di calore e la definizione di caloria non si sarebbero presentati in modo così naturale. In astronomia di coincidenze e approssimazioni di questo genere ne capitano molte: per questo si ottiene un'interpretazione dei fenomeni abbastanza semplice se si procede per gradi.

Non ci deve poi meravigliare la precisione di misure fatte nell'antichità senza strumenti ottici, ma solo a occhio nudo. Le misure sono quasi tutte di tipo differenziale su fenomeni periodici: in misure di questo tipo si può ottenere una grandissima precisione per il fatto che una piccola variazione si accumula nel corso delle osservazioni. Ad es. riguardo alla durata del giorno siderale, sapendo che l'anno è di (365.25 ± 0.01) d si può concludere che il giorno siderale è $23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4^{\text{s}}.09 \pm 0^{\text{s}}.01$, che è una precisione relativa di 10^{-7} . È da notare che la durata dell'anno era nota con tale precisione già nel primo secolo a.C. (riforma giuliana del calendario) e quindi probabilmente lo era anche la differenza tra giorno solare e giorno siderale.