

CAPITOLO 28

La più bella conferma della RG negli ultimi 30 anni è senza dubbio quella costituita dai sistemi binari di stelle di neutroni, di cui vogliamo ora occuparci. Tra l'altro questi sistemi hanno fornito la prima evidenza dell'esistenza delle onde gravitazionali.

Le pulsar

La storia comincia nel 1974, quando R.A. Hulse e J.H. Taylor scoprono una pulsar con caratteristiche peculiari. Dal punto di vista osservativo il termine "pulsar" (abbreviazione di "pulsating radio source") designa una radiosorgente che viene ricevuta in forma di brevissimi impulsi regolarmente spazati, in genere con un intervallo dell'ordine del secondo o frazione. Pulsar sono note fin dagli anni '60; la più famosa è quella che si trova al centro della nebulosa del Granchio, residuo della supernova del 1054; il suo periodo è di soli 33 ms.

La brevità del periodo di pulsazione fornisce già indicazioni sulla natura dell'oggetto, se si considera che in 33 ms la luce percorre 10 000 km. Anche una nana bianca è troppo grande, e tra gli oggetti che abbiamo fin qui incontrato il solo candidato possibile è una stella di neutroni.

Proviamo a stimare il periodo di rotazione di una stella di neutroni che abbia la massa e il momento angolare del Sole, ma raggio intorno a 10 km, come si legge in fig. 21-2. Se facciamo il semplice modello che la stella risulti dalla compressione in scala della materia solare, a una riduzione di un fattore $7 \cdot 10^4$ nel raggio corrisponderà una riduzione di un fattore $5 \cdot 10^9$ del momento d'inerzia, quindi un corrispondente aumento della velocità angolare. Partendo dal periodo del Sole (circa 27 giorni) si arriva a meno di 0.5 ms, il che mostra che i periodi osservati sono perfettamente compatibili con l'ipotesi che si tratti di una stella di neutroni, residuo collassato dell'esplosione di una supernova.

Resta da spiegare il meccanismo di emissione della radiazione. A questo scopo si consideri che ogni stella ha un campo magnetico, con l'andamento di un dipolo, e che anche questo viene compresso durante il collasso (si conserva il flusso, mentre l'area diminuisce). Ci si deve dunque aspettare che una stella di neutroni abbia un intenso campo magnetico polare, anche se — come accade per la Terra — la direzione dei poli magnetici in generale non coinciderà esattamente con quella dell'asse di rotazione.

Inoltre i neutroni della stella non sono tutti stabili: nelle considerazioni del Cap. 20 abbiamo trascurato le differenze di densità tra centro e superficie, nel senso che abbiamo supposto che la densità fosse sempre sufficiente a imporre la completa neutronizzazione. Ma questo non può essere vero in superficie, dove perciò i neutroni decadono, e gli elettroni emessi possono sfuggire, con alta energia. Attraversando il forte campo magnetico polare, questi elettroni

emettono radiazione di sincrotrone, concentrata nella direzione del loro moto e molto più intensa dove il campo è più forte, ossia nelle regioni dei poli magnetici.

Risultato: la stella emette una radiazione fortemente direzionale, nella direzione dei poli magnetici. Dato che la stella ruota, questa direzione spazza un cono nello spazio. Se accade che la Terra si trovi in prossimità del cono, verrà ricevuto un picco di radiazione per il breve tempo in cui sussiste l'allineamento, e il picco si ripeterà col periodo di rotazione della stella.

È da tener presente che la stella emette energia, a spese della sua energia cinetica: quindi il periodo della pulsar dovrà lentamente aumentare (e la frequenza degli impulsi dovrà diminuire).

La pulsar B1913+16

Quella scoperta da Hulse e Taylor è nota come B1913+16, che è solo una denominazione convenzionale in un catalogo di pulsar. Vediamo alcune delle sue caratteristiche osservative:

- periodo degli impulsi: circa 59 ms
- variazione della frequenza: $-2.47583(2) \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-2}$

Fin qui niente di strano. Osserviamo solo due cose:

- la frequenza è circa 17 Hz, e il fatto che la sua variazione sia dell'ordine di 10^{-15} s^{-2} e sia data con un errore sulla sesta cifra, dà un'idea di quanto sia precisa la misura di frequenza
- la variazione di frequenza è così piccola da mettere la pulsar sullo stesso piano di un orologio atomico: infatti è già stato proposto di usare le pulsar come campioni di tempo.

È il caso di accennare che misure di così elevata precisione richiedono da un lato tecniche sperimentali e di analisi dei dati della più alta sofisticazione, ma anche che si tenga conto di una quantità di effetti sulla propagazione della radiazione dalla pulsar a noi. Tra questi effetti va ricordata ad es. la dispersione causata dal plasma interstellare, che può essere corretta osservando gli impulsi su diverse frequenze.

Ci sono poi effetti di RG, nella propagazione degli impulsi nel sistema solare. C'è il ritardo gravitazionale, di cui abbiamo parlato nel Cap. 6 (anche il ritardo dovuto ai pianeti può essere tutt'altro che trascurabile). Ma soprattutto occorre tener conto che i tempi vengono misurati con un orologio solidale alla Terra: a parte il moto della Terra, che cambia la sua velocità e la distanza dal Sole, contano anche i campi gravitazionali di tutti gli altri pianeti.

Un'accurata valutazione di tutte le influenze rilevanti riesce estremamente complessa, ma solo dopo averla portata a termine è possibile dare i risultati delle osservazioni con le cifre significative che si sono viste sopra.

Variazioni periodiche

Però non c'è solo una diminuzione regolare della frequenza degli impulsi, come ci si aspetta causa la dissipazione di energia dovuta all'emissione di radiazione elettromagnetica. Si nota anche una variazione periodica:

- periodo della variazione: 27906.9807804(6) s (si noti di nuovo il numero di cifre significative)
- ampiezza relativa della variazione: circa 10^{-3} (vedremo fra poco perché non ha senso dare più cifre).

L'interpretazione più ovvia è che si tratti di un effetto Doppler, derivante dal moto orbitale della stella in un sistema binario. Siamo quindi in una situazione ben nota dall'astronomia classica: quella di una *binaria spettroscopica* in cui sia visibile solo lo spettro di una componente del sistema. Dal periodo orbitale, tramite la terza legge di Keplero, si ricava il valore dell'espressione $a^3(m_1 + m_2)^2/m_2^3$, dove a è il semiasse maggiore dell'orbita della componente visibile attorno al centro di massa, m_1 , m_2 sono le masse delle due componenti. Dalla grandezza dell'effetto Doppler osservato si ricava invece il *semiasse proiettato* $a' = a \sin i$ dove i è l'inclinazione dell'orbita sul “piano del cielo,” perpendicolare alla direzione di osservazione.

Assumendo che le masse siano dell'ordine di quella del Sole, risulta $a \simeq 2 \cdot 10^6$ km: poco più del diametro del Sole. Dall'andamento dettagliato della variazione di frequenza si può anche ricavare l'eccentricità dell'orbita, che è alta: $e \simeq 0.62$. Perciò la distanza minima fra le due stelle è meno di $8 \cdot 10^5$ km.

Non si può trattare altro che di un sistema di due stelle di neutroni (di cui solo una è visibile come pulsar).

B1913+16 come “laboratorio” di RG

Fin qui abbiamo ragionato come se per il sistema binario valesse la meccanica newtoniana; ma il sistema è così stretto che la meccanica newtoniana può essere usata solo come prima, grossolana approssimazione.

Per cominciare, considerando i dati appena visti si capisce che in realtà la variazione di frequenza non è solo dovuta all'effetto Doppler: esiste anche un significativo redshift gravitazionale nel campo dell'altra stella. A conti fatti, la variazione relativa di frequenza tra apoastro e periastro (massima e minima distanza) è circa $3 \cdot 10^{-5}$. Né si può trascurare l'effetto di ritardo.

Inoltre lo studio dettagliato del moto orbitale evidenzia un notevole spostamento del periastro, nella misura di $4.226621(11)^\circ \text{yr}^{-1}$. Sappiamo che il moto del periastro è previsto dalla RG; mettendolo insieme al redshift gravitazionale, e confrontando con le previsioni teoriche, si arriva a determinare tutti i parametri del sistema. In particolare, le masse delle due stelle:

$$m_1 = 1.4410(5) M_\odot, \quad m_2 = 1.3784(5) M_\odot.$$

Il semiasse maggiore proiettato vale $2.3417592(19)$ s, mentre $e = 0.6171308(4)$. Per il semiasse vero si ha $a = 1.947 \cdot 10^6$ km (si confronti con la stima iniziale).

Il forte spostamento del periastro spiega perché non avesse senso dare in modo più preciso l'effetto Doppler sul periodo della pulsar. Dato che l'orbita è fortemente eccentrica, la velocità varia molto lungo l'orbita (al periastro arriva a $0.0014c$). D'altra parte sull'effetto Doppler influisce solo la componente nella direzione di osservazione, e si vede che l'intervallo in cui essa varia cambia notevolmente con l'orientazione dell'orbita.

Radiazione gravitazionale

Le osservazioni del sistema, prolungate nel tempo, mostrano un altro fatto: il periodo orbitale non è costante, ma decresce lentamente:

$$\dot{T} = -2.422(6) \cdot 10^{-12}.$$

Come si vede la diminuzione è assai lenta, ma ben misurabile data l'altissima precisione con cui il periodo è noto. Una diminuzione del periodo orbitale si deve accompagnare a una diminuzione del semiasse e quindi a una perdita di energia del sistema, che si valuta in

$$\dot{E} \simeq -5.6 \cdot 10^{31} \text{ erg/s} \quad (28-1)$$

contro un'energia totale di $-9.67 \cdot 10^{47}$ erg.

Non si vede altro meccanismo per questa perdita di energia, se non l'emissione di onde gravitazionali. La perdita di energia per radiazione prevista dalla RG nell'approssimazione di quadrupolo (sufficiente per questo caso) è stata studiata da diversi autori e risulta

$$\dot{E} = -\frac{32}{5} \frac{G^4 m_1^2 m_2^7}{c^5 a^5 (m_1 + m_2)^4} \frac{1 + 73e^2/24 + 37e^4/96}{(1 - e^2)^{7/2}}.$$

Si noti la forte dipendenza dall'eccentricità, e l'apparente asimmetria tra le due masse. In realtà l'espressione sarebbe simmetrica, se si usasse non il semiasse dell'orbita di m_1 , ma quello del moto relativo.

È dunque possibile un confronto teoria-osservazioni. Questo, condotto nell'arco di oltre 20 anni, ha dato il seguente risultato: 1.0032 ± 0.0035 . Nel 1993 Hulse e Taylor hanno ricevuto il Nobel per la fisica.

Si può sperare di rivelare questa radiazione con un'antenna? Possiamo valutare il flusso che arriva sulla Terra in base alla (28-1) e alla distanza, stimata in 5 kpc, se per semplicità supponiamo che la radiazione sia emessa in modo isotropo (il che certo non è, ma può darci l'ordine di grandezza). Avremo $S = |\dot{E}|/(4\pi D^2)$, che possiamo combinare con la (26-13) per calcolare l'ampiezza. Risultato:

$$a^2 = \frac{G}{2\pi^2 c^3} \frac{|\dot{E}|}{D^2} T^2$$

(occorre tener presente che la frequenza emessa, trattandosi di quadrupolo, è doppia di quella del moto orbitale). A conti fatti, si trova $a \simeq 4 \cdot 10^{-22}$, quindi molto superiore alla soglia che abbiamo data per VIRGO. C'è però da tener presente che la frequenza è parecchio più bassa (6 ordini di grandezza) e che il rumore sismico cresce assai rapidamente andando a frequenze così basse.

Visto che le antenne terrestri sono intrinsecamente inadatte alle basse frequenze, è stato proposto di realizzare un sistema interferometrico (LISA) interamente basato su satelliti, distanti tra loro qualche milione di km.

Appendice: dati su B1913+16

Fonti: *Europhysics News*, Nov. 93 e *Princeton Pulsar Catalog*

- Scoperta: estate 1974
- Periodo della pulsar: 0.059029997929613(7) s
- Potenza radio: 0.7 mJy a 1400 MHz
- Variazione della frequenza: $-2.47583(2) \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-2}$
- Derivata del periodo: $8.62713(8) \cdot 10^{-18}$
- Periodo orbitale: 27906.9807804(6) s
- Semiasse maggiore proiettato: 2.3417592(19) s
- Eccentricità: 0.6171308(4)
- Avanzamento del periastro: $4.226621(11)^\circ \text{ yr}^{-1}$
- Derivata del periodo orbitale: $-2.422(6) \cdot 10^{-12}$
- Masse delle componenti: $m_1 = 1.4410(5) M_\odot$, $m_2 = 1.3784(5) M_\odot$
- Rapporto osservazione/teoria per \dot{P} : 1.0032 ± 0.0035
- Semiasse (calcolato dai dati prec.): 3.175(1) s
- Velocità orbitale max (calcolata dai dati prec.): 440 km/s