

Insegnare la fisica ... come fisica*

Elio Fabri

Dip. di Fisica “Enrico Fermi” – Università di Pisa

— o —

Abstract

We examine some reasons why in the popular view physics is often mixed up with mathematics. Some teaching habits are discussed, mainly through a criticism to examples of final examinations in the secondary curriculum. The role of mathematics in physics is briefly considered.

Il bar di Einstein

Parecchi anni fa il nostro Dipartimento di Matematica si trasferì dalla vecchia sede, provvisoria e inadeguata, a una nuova; consistente, per la cronaca, dell'ala uffici della ex-fabbrica Marzotto. Quella zona di Pisa, sebbene ancora entro le mura, era ed è alquanto periferica, e in particolare quasi sprovvista di esercizi pubblici; fatto fondamentale, mancava un bar...

La lacuna fu rapidamente colmata con l'apertura di un locale, sia pure assai piccolo, e il proprietario pensò bene, perché il bar fosse in carattere con la presumibile clientela, di decorarlo con foto di Einstein, in tutte le pose e a tutte le età. Un collega gli chiese perché avesse scelto proprio Einstein, e si sentì rispondere: “Perché è stato il più grande matematico di questo secolo!”

Ho scelto questo modesto aneddoto per introdurre il tema, attraverso la domanda che viene subito in mente: perché nell'immagine del pubblico non specialista la fisica viene spesso confusa con la matematica? Il caso di Einstein è emblematico: infatti egli fu grandissimo fisico, ma non ebbe né la mentalità né gli interessi del matematico; concepiva la matematica solo come uno strumento. È noto che si risolse a studiare il “calcolo differenziale assoluto” solo quando il suo amico Grossmann lo convinse che era appunto lo strumento di cui aveva bisogno per la relatività generale.

Di passaggio, prevengo subito una preoccupazione che potrebbe sorgere in qualche lettore: ho usato la parola “strumento” solo per brevità, ma sono convinto che il rapporto tra matematica e fisica sia ben più complesso. Ce ne occuperemo più avanti.

* *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, **26A-B** (2003), n. 3, p. 403.

Tornando alla concezione corrente della fisica, è facile che questa venga vista, anche da persone non del tutto sprovviste, come una specie di ramo applicativo della matematica, dove dalla purezza della matematica “vera” ci si cala al confronto col mondo reale; al prezzo di una perdita di rigore e di precisione, dell’incertezza sulla validità delle conclusioni, ecc. ecc.

È ovvio che come fisico non posso condividere una tale interpretazione; non tanto per la gerarchia che sembra stabilire, quanto perché snatura la sostanza stessa della fisica. Ma il mio obiettivo qui non è la discussione — in sostanza filosofica — sul carattere delle due scienze e sul loro rapporto; m’interessa invece un’analisi della pratica didattica da cui nasce quel modo di vedere: Einstein come matematico, ecc.

Ritengo infatti che sia proprio nella scuola che vada cercata la ragione per cui sulla natura della fisica esistono idee così improprie: dipende da come viene insegnata, e in misura maggiore o minore ne siamo responsabili tutti; intendo fino al livello universitario.

Cadere dalle nuvole

Vediamo un altro esempio, mia esperienza recente. Un insegnante di Scienze di un liceo scientifico di Pisa ha programmato, per la settimana della cultura scientifica, una ricerca sui piccoli animali acquatici, uni- e pluricellulari. Sapeva che lo studio del moto di questi animali richiede un approccio molto diverso da quello valido per i comuni pesci, cetacei, ecc.; ha deciso perciò d’invitarmi a parlare al gruppo di ragazzi coinvolti nella ricerca (dalla prima alla quarta). Dovevo appunto spiegare quanto conti, a quella piccola scala, la viscosità del fluido; introdurre il numero di Reynolds, ecc.

Pensai bene di partire da fenomeni di esperienza comune, per portare i ragazzi a riflettere sull’importanza della resistenza del mezzo anche in condizioni più ordinarie, e per poi passare alle differenze causate dal cambiamento di scala. Il mio primo esempio fu la caduta della pioggia: che cosa c’è di più comune? Pensavo inoltre di poter contare su alcune formulette di cinematica del moto uniformemente accelerato, come ad es. la velocità raggiunta da un grave che cade da una data altezza. In realtà non andò proprio così: per sentir dire $\sqrt{2gh}$ ci volle un po’ e la risposta fu tutt’altro che corale . . . ma questa è un’altra storia. Una volta conquistata la formula, era facile applicarla alla pioggia: bastava conoscere h . . .

Ma io già sapevo che lì sarebbe cascato l’asino: lo sapevo per precedenti esperienze con studenti universitari. E infatti alla domanda “la pioggia cade dalle nuvole; sapreste dire quanto sono alte le nuvole?” si fece sentire, dopo un lungo silenzio imbarazzato, una timida voce dal fondo: “300 km?” (interrogativo incluso). Non starò ora a dire come portai i ragazzi a una stima più accettabile (Pisa è in pianura, ma vicina a un monte alto circa 900 m . . .) perché m’interessa commentare questo primo esempio.

Quello che l'esempio mostra (ma la casistica che conosco, anche grazie ai miei frequenti contatti con insegnanti, è assai più ricca) è che i nostri studenti attraversano tutta la scuola e arrivano all'università, magari scegliendo di studiare fisica, senza aver imparato che la conoscenza di ordini di grandezza, la capacità di stimare misure, di valutare l'applicabilità delle leggi fisiche che conoscono, è parte essenziale, costitutiva, del mestiere del fisico e della stessa fisica come scienza. E dato che si tratta di aspetti che non esistono nella matematica, si tratta anche di una forte caratteristica distintiva tra le due scienze.

In questa carenza c'è a mio parere anche un elemento di passività, per così dire: lo studente alla domanda "quanto sono alte le nuvole" può reagire (magari senza dirlo ad alta voce) pensando: "perché dovrei saperlo? nel libro non c'è scritto e il/la prof non me l'ha mai detto!" Si tocca qui il tema del "contratto didattico," che riprenderò più avanti: lo studente e l'insegnante stipulano tacitamente un contratto, sul quale lo studente fa affidamento: "questo e non altro tu devi sapere, questo e non di più ti verrà richiesto." Nel contratto di regola non c'è posto per l'iniziativa, per il darsi da fare personale in una direzione o nell'altra: "nel libro non c'è, quindi ..."

I condensatori della maturità

Altri esempi posso prenderli dalle prove scritte di fisica degli esami di maturità (oggi esami di stato) per le classi sperimentali. Riproduco qui le parti essenziali di un vecchio problema; il lettore interessato troverà in [1] il testo integrale, insieme con una discussione più approfondita di questo e di altri problemi.

"In un tubo a raggi catodici un pennello di elettroni accelerato da una d.d.p. U_0 forma una immagine puntiforme sul fondo del tubo. La lunghezza delle piastre piane deflettrici è l , la loro distanza è d ; il fascio passa tra di esse a distanza pari a $d/2$ da ciascuna. [...] $l = 2$ cm, $d = 1$ cm [...]" (Maturità sperimentale 1980).

Ciò che mi preme far notare è che la lunghezza del condensatore è poco superiore alla distanza fra le armature, e in tali condizioni non è certo possibile trattare come uniforme il campo all'interno, né trascurare quello fuori. Tuttavia è proprio questo che resta sottinteso nell'enunciato, ed è del resto condizione necessaria per poter risolvere in modo semplice il problema. Anche qui è in gioco un contratto didattico, a mio parere alquanto "degenere": il campo in un condensatore è sempre uniforme, senza che ci si debba preoccupare se sono soddisfatte le condizioni perché ciò sia vero, almeno approssimativamente.

Si suole dare di questa pratica una spiegazione, che suona più o meno così: solo in tal modo il problema è accessibile, e del resto dalla gran parte dei ragazzi non si può pretendere di più. Mi è anche capitato di parlarne con qualche ispettore, di quelli che preparano i problemi, e la giustificazione è stata: "formuliamo i problemi così, perché così sono abituati a trattarli la maggior parte degli inse-

gnanti.” Ma ecco il punto di vista di un insegnante, enunciato nel corso di una discussione in una “mailing list”:

“Per quanto mi riguarda, non c’è stato condensatore o molla di esercizio alcuno (sto facendo dell’enfasi, evidentemente!) che non sia stato accolto da me con richiami ai limiti di applicabilità dei modelli più semplici, gli unici per lo più accessibili agli studenti. [...]

Però io cerco di evitare che i miei studenti possano uscire dal liceo e trovarsi in difficoltà di fronte al primo test di ammissione o esercizio di esame scritto senza pensare a questa impostazione critica. Scritto, cioè, come praticamente tutti gli esercizi da me affrontati durante l’università. [...]

La maggior parte degli studenti avrebbe bisogno di un tempo lunghissimo per conseguire questo obiettivo [la decostruzione critica dei risultati raggiunti e la riflessione sul loro significato e sui loro limiti] e, per evitare che vivano in uno stato di frustrazione senza frutto, faccio in modo che già il conseguimento della padronanza semplice sia motivo di soddisfazione. Purtroppo anche molti studenti potenzialmente brillanti decidono di accontentarsi di questo livello, per pigrizia e per voglia di occuparsi d’altro.”

E così il cane si morde la coda. . .

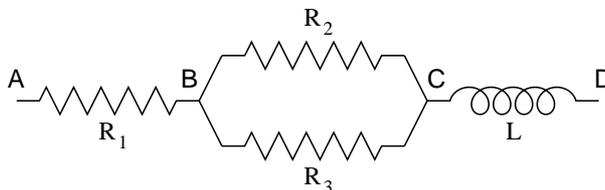
Per il discorso che sto sviluppando, il punto importante è che tutto cospira a trasmettere un messaggio: ciò che conta in fisica è sapere quale sia la formula giusta da applicare. Il mondo reale, le schematizzazioni, le condizioni di validità di questa o quell’approssimazione . . . tutto dimenticato.

Bobine del mondo di carta

Ecco un secondo esempio, molto più recente:

Una parte di un circuito (in figura) è costituita da tre resistori ($R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$) e da un solenoide posto in aria. Questo è lungo 5 cm, ha una sezione circolare di 16 cm^2 ed è formato da 1000 spire di resistenza trascurabile.

All’interno del solenoide si trova un piccolo ago magnetico che, quando non vi è passaggio di corrente, è perpendicolare all’asse del solenoide perché risente soltanto del campo magnetico terrestre ($B_t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$).



Il candidato:

1. esponga le sue conoscenze riguardo al campo magnetico terrestre e all’uso della bussola magnetica;

2. spieghi il concetto di resistenza elettrica, descriva il tipo di collegamento dei tre resistori R_1 , R_2 e R_3 e ne calcoli la resistenza totale;
3. spieghi il concetto d'induttanza e calcoli l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo;
4. avendo osservato che l'ago magnetico ha subito una deviazione, con un angolo di 30° rispetto alla direzione originale, calcoli, in μA , l'intensità della corrente che attraversa ognuna delle tre resistenze ed il solenoide;
5. nelle stesse condizioni precedenti, calcoli il potenziale elettrico nei punti A, B, e C, sapendo che il punto D è collegato a massa;
6. sapendo che tra A e D è mantenuta la differenza di potenziale già calcolata, ricavi l'angolo di deviazione dell'ago magnetico che si ottiene eliminando il resistore R_3 e interrompendo, perciò, quel tratto di circuito."

(Esame di Stato "Brocca" 2002)

Questo vale la pena di discuterlo più a lungo, perché presenta diversi aspetti interessanti, tanto che non potrò trattarli tutti. Rimando a [2] per altri commenti.

Cominciamo dall'indicazione che il solenoide è di resistenza trascurabile. Suggestivo di provare a vedere che filo ci vuole per far entrare 1000 spire in 5 cm, e poi di calcolarne la resistenza. A meno di non usare un superconduttore, altro che trascurabile: se il filo è di rame, la resistenza risulta oltre $1200\ \Omega$. Si può pensare a un avvolgimento in più strati, ma anche con 10 strati si scende a $12\ \Omega$: non proprio trascurabile rispetto ai resistori assegnati.

Non mi meraviglio: chi una bobina l'ha vista solo nei libri (il "mondo di carta" di Galileo) difficilmente può avere questa sensibilità verso i dati reali, e non riterrà neppure così importante preoccuparsene. In fondo, ai fini dei calcoli richiesti, che importanza ha tutto questo?

Passiamo ora alla formula dell'induttanza. Si noterà che al candidato si richiede il calcolo "dopo aver dimostrato come si ricava la formula." Ma quale formula, e quale dimostrazione poteva avere in mente l'estensore? Non mi sembra che possano esserci dubbi, visto il carattere della prova: dal candidato ci si aspetta:

- a) che conosca l'espressione del campo magnetico all'interno di un solenoide *infinito*;
- b) che sappia che l'induttanza è definita dalla relazione $\Phi = LI$;
- c) infine che calcoli Φ moltiplicando il flusso concatenato con una spira per il numero di spire.

Si noti prima di tutto la contraddizione logica: si deve pensare a un solenoide infinito (quindi con numero infinito di spire) perché altrimenti non si sa calcolare il campo; poi si deve applicare il risultato al solenoide dato, che invece ha un numero finito di spire. E del resto, se così non fosse, come si potrebbe parlare di un'induttanza finita?

Intendiamoci: se ho messo in rilievo la contraddizione, l'ho fatto solo per mostrare un altro punto di divergenza tra il modo di procedere matematico e quello fisico. La cosa non mi scandalizza: qualunque fisico applica di continuo ragionamenti come questo, ai quali del resto si può di solito dare anche una veste matematicamente ineccepibile. Ma il fisico non si cura troppo di trovare una giustificazione rigorosa: si accontenta di argomentazioni generiche del tipo: "Se il solenoide è molto lungo, per gran parte della sua lunghezza il campo non differirà apprezzabilmente da quello del solenoide infinito. Perciò per quasi tutte le spire (eccettuate le poche vicine agli estremi) il calcolo del flusso si può fare usando il campo del solenoide infinito."

Un fisico esperto e maturo ha acquistato un "fiuto" per l'applicabilità di ragionamenti come quello accennato, mentre non possiamo certo aspettarci una tale capacità da un ragazzo all'esame di stato... Si tratta dunque di un problema difficilissimo, anzi impossibile? Niente affatto, perché la gran parte degli studenti, compresi i più bravi, non si pongono affatto il problema: l'unico insieme di regole che potrebbero usare sono quelle, e quelle usano. Per loro il campo in un solenoide ha una sola espressione possibile, ecc. ecc. Non importa che il solenoide sia largo quanto lungo, e che quindi il campo all'interno non sia affatto uniforme, e decisamente minore di quello che sarebbe se il solenoide fosse infinito. (A titolo di curiosità, l'induttanza calcolata come detto sopra riesce sbagliata per un buon 30%.)

Così è contento chi ha proposto il problema, contento il ragazzo che ha visto come risolverlo, contento l'esaminatore che lo deve valutare... Che importa che la fisica abiti a tutt'altro indirizzo?

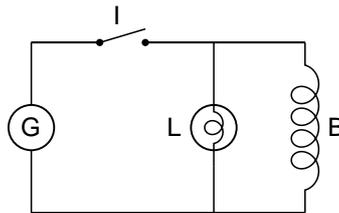
Un modo complicato per bruciare una lampadina

Dal momento che ho fornito esempi di problemi criticabili, mi sembra giusto — pur nei limiti consentiti da questo scritto — cercare di dare indicazioni in positivo. Ho perciò buttato giù un testo di problema che a mio parere non presenta i difetti dei precedenti, mentre invece cerca di portare lo studente in direzioni che a me sembrano più significative per la fisica, e sulle quali è quindi giusto fondare anche una valutazione, come la si può fare con un problema.

Rispondi alle seguenti domande:

- a) Una lampadina porta sulla ghiera la scritta: "24 V 0.1 A." Che cosa significa questa scritta?
- b) Misurando la resistenza ho trovato $30\ \Omega$: ti sembra coerente con le indicazioni scritte sulla lampadina?
- c) La resistenza di un conduttore metallico è grosso modo proporzionale alla sua temperatura assoluta. Su questa base, potresti stimare la temperatura che il filamento della lampadina raggiunge quando è accesa?
- d) Abbiamo costruito il circuito in figura, dove G è un generatore di f.e.m. 6 V e resistenza interna trascurabile, L la lampadina, I un interruttore, B una bobina

- con induttanza 10 H e resistenza $60\ \Omega$. Chiudendo I si osserva che il filamento della lampadina si arrossa appena. Spiegare.
- e) Se ora si apre bruscamente I , si vede che L si accende per un breve istante. Come puoi spiegarlo?
- f) Pensando all'energia immagazzinata in B , e alla potenza che L dissipa quando è accesa, sapresti stimare quando dura il lampo della lampadina?
- g) Descrivi quello che accade se si ripete l'esperimento usando per G un generatore di f.e.m. 12 V , e sempre di resistenza interna trascurabile.



Qualche commento. In primo luogo, ho tentato di proporre domande di difficoltà graduata: le prime tre dovrebbero riuscire piuttosto semplici, la quarta appena più complicata (c'è da analizzare un semplice circuito con due soli componenti in parallelo). La quinta domanda non è molto difficile se ci si limita al qualitativo (la corrente nell'induttanza non può annullarsi bruscamente, quindi prende la sola via possibile: attraverso la lampadina); ma se si vuole spiegare il "breve istante," occorre conoscere il comportamento del circuito LR , anche senza ricorrere alla legge quantitativa della scarica.

La domanda $f)$ è di tipo un po' insolito, perché richiede una *stima*, non un calcolo: dato che l'energia disponibile è $\frac{1}{2}LI^2$, mentre la lampadina dissipa una potenza RI^2 , l'energia basterà per un tempo dell'ordine di $L/(2R)$; anzi di più, perché la corrente va calando. Infine alla $g)$ si dovrebbe rispondere che probabilmente la lampadina si brucerà, perché verrà attraversata da una corrente doppia di quella nominale, quindi con potenza dissipata quadrupla.

Il lettore avrà notato che la richiesta di formule e l'incidenza di calcoli è minima: la difficoltà sta tutta nel capire la situazione e ricondurla alla fisica conosciuta. Qui sta anche l'unica difficoltà della prima domanda, alla quale si potrebbero dare risposte con diverso livello di comprensione, e che quindi consentirebbero una corrispondente ampiezza di valutazione. Un problema come questo non sarebbe forse sufficiente da solo come prova finale d'esame, e non era questo il mio scopo: ho solo cercato d'indicare un approccio un po' diverso da quello usuale.

Strumenti per fare e strumenti per pensare

Vorrei ora riprendere un tema che ho sfiorato all'inizio: quello del ruolo che ha in fisica la matematica. Dato che si tratta di un discorso complesso

e profondo, forse al di là delle mie capacità, ma certo dello spazio che posso dedicargli, mi limito a qualche accenno, rimandando chi sia interessato a uno scritto dove il tema ha avuto uno sviluppo un po' più ampio [3].

Dall'introduzione riprendo una frase:

"[...] la matematica non è né un semplice strumento pratico per la fisica, né il suo fondamento costitutivo; essa è però un indispensabile *strumento di pensiero*, nel senso che la fisica non si riduce in nessun senso alla matematica, ma questa è necessaria — nella sua struttura più genuina — per costruire il discorso fisico: in tre parole, per *pensare la fisica*. [...] ciò è vero già per la fisica classica, ma si mostra in tutta la sua evidenza quando si passa alla fisica di questo [ventesimo] secolo."

Dunque: la fisica non è matematica, tanto meno matematica applicata. Ma non può fare a meno della matematica, non solo come mezzo operativo per trattare e risolvere i propri problemi, quanto per la sua stessa costruzione concettuale. È fin troppo scontato l'esempio canonico dell'analisi nella costruzione della meccanica newtoniana; ma lo stesso vale in innumerevoli altri casi. Preferisco perciò fare un esempio "contro corrente": la tanto vituperata "ottica geometrica."

Ho scritto "vituperata" perché almeno tra i fisici l'ottica geometrica non è presa molto sul serio, come dimostra l'esistenza, in contrapposizione, di quella che viene chiamata "ottica fisica." Debbo dire che invece a me è proprio il termine "ottica fisica" che non piace, perché sembra sottintendere che questa sia la sola teoria fisica dell'ottica. Anche se possiamo considerare le ragioni storiche che in una certa epoca hanno giustificato quest'enfasi, ora preferirei che si parlasse più correttamente di "ottica ondulatoria."

Ma torniamo all'ottica geometrica. A mio parere anch'essa è una teoria fisica, anche se non *fingit hypotheses* sulla costituzione della luce. Si basa però su un principio assai semplice: la propagazione rettilinea, più poche leggi accessorie (riflessione, rifrazione); a partire da qui deduce una quantità di spiegazioni di fenomeni noti e consente la previsione di fenomeni nuovi e la progettazione di strumenti. Com'è noto, la teoria geometrica è perfettamente adeguata finché non intervengano in modo importante gli effetti di diffrazione. Proprio per sottolineare il valore dell'ottica geometrica come teoria fisica, e la sua valenza didattica come primo approccio alla teoria fisica e al suo rapporto col mondo reale, mi è parso opportuno proporla di recente come tema di una scuola estiva [4].

Nel caso dell'ottica geometrica il rapporto tra fisica e matematica è semplice, ma non per questo meno significativo: la propagazione rettilinea fa sì che la geometria euclidea elementare giochi qui il ruolo di strumento di pensiero che ho indicato sopra. Ombre, penombre, eclissi, camera oscura . . . sono innumerevoli i fenomeni, più o meno comuni, nei quali basta la geometria per prevedere, spiegare, interpretare. . . E così facendo, si capisce, in questo semplice caso, come funziona una teoria in fisica, e come entra in gioco la matematica. Non

banali formule ed equazioni più o meno complicate, ma ipotesi, ragionamenti, deduzioni, previsioni, confronto con l'esperimento o col fenomeno naturale.

Per finire

A completare il quadro che ho cercato di tracciare, mancherebbe ancora un angolo: quello del "rigore." È un altro dei motivi per cui la fisica, agli occhi del discente, può a volte distinguersi poco dalla matematica. Se in entrambe abbondano calcoli, definizioni, teoremi, dove sta esattamente la differenza? Ma si tratta di un tema troppo grosso per poterlo sviluppare adeguatamente in un articolo già forse troppo lungo; poiché ho avuto occasione di trattarlo anni fa [5], rimando a quello scritto chi fosse interessato.

Bibliografia

- [1] E. Fabri, U. Penco: "Gli obiettivi del problema e i modi per raggiungerli" (relazione al VI Convegno "E. Orlandini," Pisa, 6-5-1992); *La Fisica nella Scuola* **27** (1994), suppl. al n. 4, p. 6.
- [2] E. Fabri: "Il lupo perde il pelo ... (commento al problema dell'esame di Stato)" *La Fisica nella Scuola* **35** (2002), p. 99.
- [3] E. Fabri: "Il libro e il suo linguaggio: la matematica nella fisica moderna" (relazione al Congresso AIF, Porretta Terme, 26-10-1995); *La Fisica nella Scuola* **30** (1997), suppl. al n. 2, p. 13.
- [4] E. Fabri, U. Penco: "Ottica nel mondo reale"; scuola estiva AIF (Assergi, AQ, 2001). I materiali della scuola sono reperibili in <ftp://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/aq.ottica>
- [5] E. Fabri: "Che cosa è il rigore logico in fisica"; *La Fisica nella Scuola* **10** (1977), p. 24. L'articolo è anche disponibile in rete: <http://www.df.unipi.it/~fabri/rigore/rigore00.htm>