

Insegnare la fisica moderna

*La fisica quantistica - seconda puntata*

## La realtà degli atomi

Questo è un altro dei grandi problemi della fisica dell'800.

Non è strettamente legato alla f.q., ma mi sembra difficile trascurarlo.

Facciamo quindi una veloce rassegna.

Gli atomi spiegano le leggi della chimica e quelle dei gas, ma sono *inos-servabili* (lo sarebbero rimasti a lungo anche nel 20-mo secolo...).

È quindi impossibile determinarne numero, dimensioni, massa...

Di conseguenza molti fisici non credono che esistano realmente.

Il più famoso è Ernst Mach (1838-1916).

La sua posizione epistemologica può essere definita all'ingrosso *positi-vista*.

Quanto agli atomi, al più — dice — sono utili *ipotesi di lavoro*.

Ma se non sono osservabili non è lecito attribuirgli *realtà fisica*.

## Scende in campo Einstein

Non solo lui, ma dobbiamo semplificare...

Sempre nel 1905 (“annus mirabilis”) pubblica un articolo dal titolo

*Sul moto di particelle sospese in liquidi in quiete, richiesto dalla teoria cinetico-molecolare del calore*

dove fa la teoria del moto browniano.

La novità dell'articolo sta nella connessione che stabilisce tra le fluttuazioni casuali di un corpo soggetto agli *urti molecolari*, e lo smorzamento del moto conseguente, a causa della *viscosità* del liquido.

La formula è semplicissima:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kTt}{3\pi a\eta}$$

dove  $a$  è il raggio delle particelle (sferiche) e  $\eta$  la viscosità del liquido.

La formula mostra che la media del quadrato dello spostamento in una direzione deve crescere *linearmente* nel tempo.

A parte grandezze misurabili per altra via, nella formula figura solo la *costante di Boltzmann*.

Quindi un esperimento sul moto browniano permette una determinazione sperimentale di  $k = R / N_A$  e perciò della costante di Avogadro, ossia del *numero di atomi* contenuti in una *quantità macroscopica* di sostanza.

Di conseguenza anche della *massa* di un atomo e delle sue *dimensioni* (si pensi ai cristalli).

## Gli esperimenti di Perrin

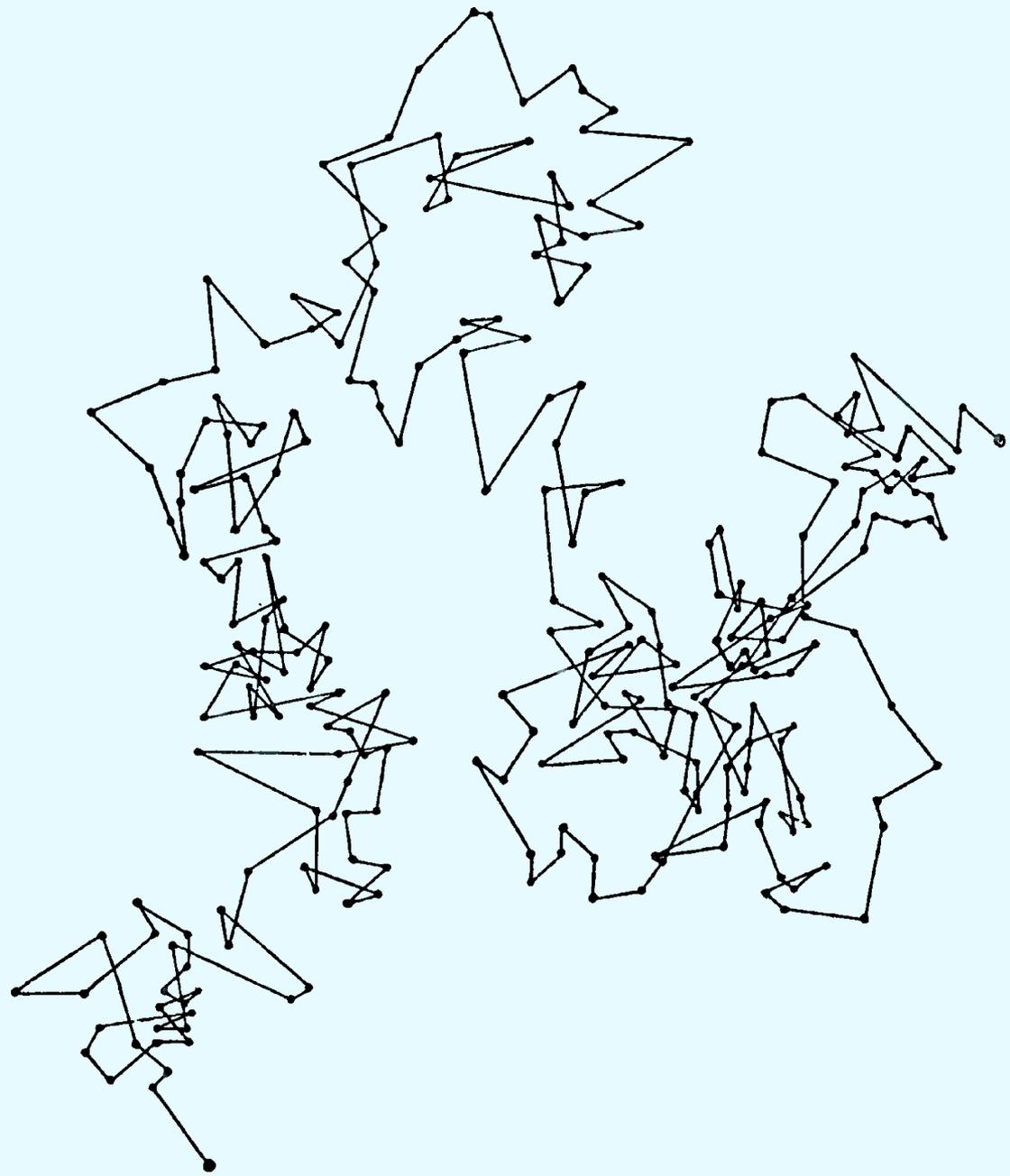
Negli anni immediatamente seguenti Jean Perrin (Nobel 1926) conduce una serie di esperimenti in cui misura appunto gli spostamenti nel moto browniano.

Ne ricava per  $N_A$  il valore  $6.85 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

La figura che segue è presa dal libro di Perrin *Les atomes* (1913).

Dopo gli esperimenti di Perrin l'esistenza degli atomi non è più messa in discussione.

Un racconto sul moto browniano si trova in [1].



## La struttura degli atomi

Alla fine dell'800 è certo che gli atomi debbono contenere *elettroni*.

Lo dimostra l'effetto fotoelettrico e la *fotoionizzazione* dei gas.

Più dettagliatamente lo dimostra l'*effetto Zeeman* (1896): la suddivisione (o moltiplicazione?) delle righe spettrali in campo magnetico.

La *teoria classica* di Lorentz mostra che la separazione nel tripletto è proporzionale a  $e/m$ .

Resta aperto il problema di come sia distribuita la carica positiva.

## **Gli esperimenti di Rutherford, Geiger, Marsden (1908-13)**

Evito la descrizione, che si trova dappertutto.

Ricordo per es. il film PSSC *L'esperimento di Rutherford*.

*Risultato dell'esperimento*: la carica positiva nell'atomo è *concentrata* in un *nucleo* di piccole dimensioni (dell'ordine del fm,  $10^{-15}$  m).

*Novità dell'esperimento*: è la prima volta che si studia la struttura di un oggetto microscopico per mezzo di *urti* e della conseguente *dispersione* (*scattering*) delle particelle incidenti.

## Il modello atomico di Rutherford

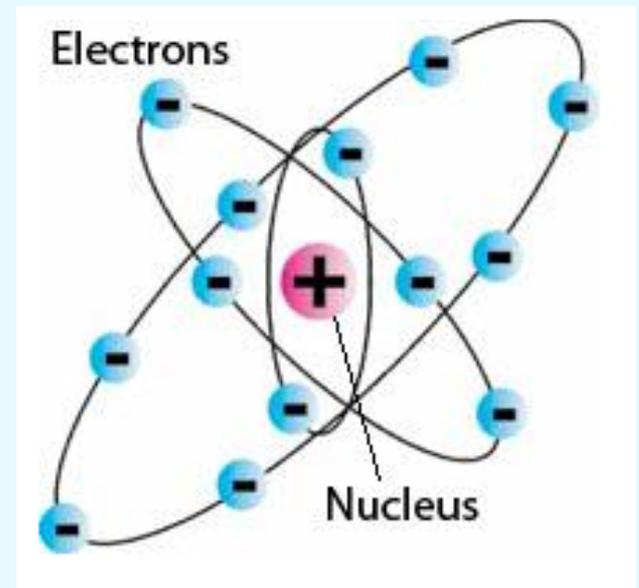
In conseguenza di questi esperimenti si afferma la *struttura planetaria* dell'atomo, simile al sistema solare.

Però attenzione: l'*analogia* col sistema solare è solo *parziale*, perché nel sistema solare le interazioni gravitazionali dei pianeti tra loro sono molto piccole rispetto a quella di ciascun pianeta col Sole.

Nell'atomo invece le interazioni fra gli elettroni sono *dello stesso ordine* di quelle tra elettroni e nucleo.

Ne segue che *solo per l'idrogeno* si può senza problema parlare di orbite ellittiche ecc.

Le figure che si vedono così spesso (come quella accanto) *sono del tutto errate*.



## Difficoltà del modello di Rutherford

Il modello di Rutherford va però incontro a gravi difficoltà.

La prima è la *stabilità*: secondo l'e.m. maxwelliano un elettrone in moto nell'atomo, avendo accelerazione non nulla, deve *perdere energia* per irraggiamento.

È facile fare una stima per l'atomo di H: l'elettrone dovrebbe percorrere una traiettoria a spirale e cadere sul nucleo in un tempo *assai inferiore* al ns.

Invece gli atomi esistono, con dimensioni assai maggiori dei nuclei...

La seconda difficoltà è l'*identità* di tutti gli atomi di uno stesso elemento.

L'identità è provata per es. dall'esistenza dei *cristalli*.

Invece gli atomi di Rutherford, a seconda della loro storia precedente, dovrebbero avere gli elettroni in moto su traiettorie *del tutto diverse* tra un atomo e l'altro.

Basterebbero gli urti per *agitazione termica* per produrre questo effetto.

## L'esperimento di Franck–Hertz

Nell'esperimento (1913) fu studiato l'urto fra elettroni e atomi di Hg (praticamente fermi).

F–H dimostrarono che finché l'energia cinetica degli elettroni non raggiunge una certa *soglia* l'urto è *elastico*, ossia gli elettroni rimbalzano con l'energia cinetica iniziale.

Quando invece si supera quella soglia diventano possibili urti *anelastici*, in cui l'energia cinetica dell'elettrone *diminuisce*.

Nella foto dell'apparato originale, C è il *catodo* (rosso perché riscaldato) che emette gli elettroni.

G è una *griglia*, a potenziale *positivo* rispetto a C.

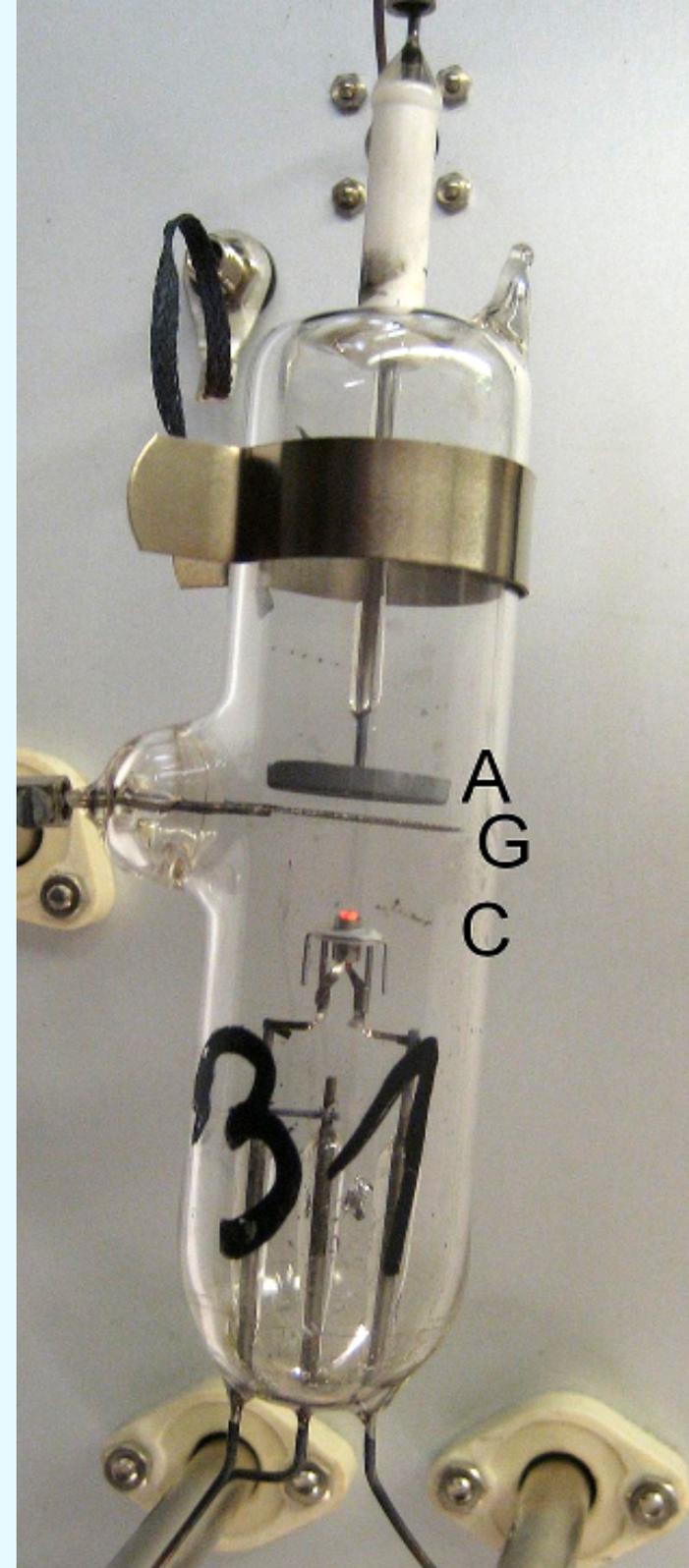
A è l'*anodo*, a potenziale leggermente *negativo* rispetto a G.

Gli elettroni emessi da C vengono accelerati dalla d.d.p. tra C e G e attraversano G con l'energia cinetica

$$T = e (V_G - V_C).$$

Possono quindi raggiungere A.

Ma se  $V_G$  cresce, quando  $V_G - V_C = 4.9$  volt la corrente *cade bruscamente*.



*Spiegazione:*

Fino a quell'energia ( $\Delta E = 4.9 \text{ eV}$ ) gli urti elettrone-atomo sono *elastici*, e questo permette agli elettroni di raggiungere A.

Al di sopra, nell'urto gli elettroni perdono esattamente l'energia  $\Delta E$ , e possono arrivare ad A solo se

$$e (V_G - V_C) - \Delta E \geq e (V_G - V_A).$$

In seguito F–H dimostrarono altri due fatti:

1) nel cammino tra C ed A gli elettroni possono subire urti *multipli*, perdendo quindi energie multiple di  $\Delta E$

2) l'energia perduta dagli elettroni viene *acquistata dagli atomi*, che possono riemetterla come radiazione di un'*unica frequenza*, secondo la relazione di Planck–Einstein:

$$h \nu = \Delta E.$$

## Conclusione

L'esperimento di F–H fornisce la *prima prova diretta* che le energie degli atomi *sono quantizzate*.

L'esperimento è stato poi ripetuto con altri atomi, con lo stesso risultato.

Si è anche visto che ogni atomo possiede più livelli. Per es. il mercurio oltre il primo livello eccitato a 4.9 eV ne ha altri a 6.7, 8.8 ... eV.

## Valore didattico dell'esperimento di Franck–Hertz

Si tratta di un ottimo punto di partenza per la quantizzazione delle energie degli atomi, per diverse ragioni:

- È un esperimento eseguibile in laboratorio con attrezzature già pronte; esiste anche il film PSSC.
- L'interpretazione dell'esperimento fa uso di concetti semplici ma fondamentali della fisica classica: *conservazione dell'energia, campo elettrico e potenziale*. Ha quindi un'utile funzione di *richiamo e motivazione* dell'importanza di tali concetti.
- È un esempio di un fatto generale: nella fisica microscopica i *numeri* hanno un ruolo basilare. L'esperimento non è solo qualitativo: permette di *misurare* le distanze fra i livelli.

## **Il risultato è inspiegabile...**

La quantizzazione dell'energia non è spiegabile con la *fisica classica*.

Secondo la meccanica newtoniana il moto degli elettroni in un atomo, così come quello di un pianeta attorno al Sole, potrebbe avvenire con *qualsiasi energia*.

Ci sarà solo un'*energia massima*, oltre la quale l'elettrone potrà sfuggire, lasciando l'atomo ionizzato.

La quantizzazione pone quindi un *grave problema*.

## Tuttavia...

... se l'accettiamo come *fatto*, ci fornisce la spiegazione di numerosi problemi.

1. La quantizzazione dell'energia ci dà una spiegazione dell'*identità* e della *stabilità* degli atomi, nel senso in cui “spiegazione” vuol dire *ricondere un insieme di fatti a un'unica radice di più semplice descrizione*.

Se l'energia è quantizzata, e se *esiste un'energia minima*, esiste anche una *dimensione minima* degli atomi, fissata una volta per tutte per gli atomi della stessa specie.

Tuttavia per risolvere l'*instabilità* occorre postulare qualcosa di nuovo: che un elettrone che occupa uno dei livelli discreti *non irraggia*.

Questa sarà una delle ipotesi di Bohr.

2. La quantizzazione dell'energia spiega perché nella fisica dei gas possiamo trattare gli atomi come punti materiali, *senza gradi di libertà interni*.

Infatti a temperatura ambiente le energie cinetiche tipiche degli atomi (pochi centesimi di eV) sono *molto più piccole* dei salti tra i livelli atomici.

È perciò *molto improbabile* che un atomo venga eccitato per urto.

Molto improbabile, ma a rigore non impossibile, perché possono sempre esistere atomi con energia cinetica parecchio superiore a quella media (distribuzione di Maxwell–Boltzmann).

Però se si fanno i conti si vede che la probabilità in questione è del tutto trascurabile.

Un esempio si trova in [2], pag. 5.

Ne segue che ogni atomo resta sempre nello *stato fondamentale* e non scambia energia con gli altri: si comporta dunque come un sistema *privo di gradi di libertà interni*: un punto materiale.

Questo spiega il successo della *teoria classica* dei calori specifici in molti casi.

I *casi anomali* (molecole, solidi) si spiegano, ma non possiamo occuparcene.

Paradossalmente, in questo caso la quantizzazione *salva una teoria classica* (la meccanica statistica di Maxwell–Boltzmann) che sarebbe *incompatibile* con la struttura interna degli atomi, se la fisica classica avesse *validità incondizionata*.

## I nuclei

Scendendo di scala, lo stesso accade per i *nuclei* nella *fisica atomica*: le distanze dei livelli nucleari sono molto maggiori (dell'ordine di almeno  $10^4$  volte) di quelle dei livelli atomici, e perciò negli esperimenti di fisica atomica (chimica, spettroscopia, ecc.) *il nucleo si comporta come un punto senza gradi di libertà interni.*

## **Numeri, ordini di grandezza**

È assolutamente necessario che tutti questi discorsi siano accompagnati dalla discussione degli *ordini di grandezza*.

Nella fisica classica masse, cariche, distanze, sono poco rilevanti, nel senso che le formule vanno sempre bene e la fisica non cambia qualitativamente.

Invece nella fisica microscopica ciò non è più vero, a causa dell'intervento delle *costanti fondamentali*.

## Einstein e l'effetto fotoelettrico

Nel solito 1905 Einstein pubblica un articolo intitolato:

*Emissione e trasformazione della luce da un punto di vista euristico.*

Viene generalmente descritto come “l'articolo sull'effetto fotoelettrico”, ma in realtà è ben altro.

E. scrive nell'introduzione:

*Secondo l'ipotesi che voglio qui proporre, quando un raggio di luce si espande partendo da un punto, l'energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti od emessi parzialmente.*

E. arriva all'idea dei quanti di luce con un'argomentazione assai complessa, a carattere *termodinamico-statistico*.

Parte dall'espressione di Planck sulla densità di energia della radiazione nera.

Ne considera il limite ad *alte frequenze* (o basse temperature), detto “limite di Wien”, e ricava un'espressione per l'*entropia* della radiazione inclusa in un intervallino  $\Delta\nu$ .

Mostra che tale espressione è *la stessa* che vale per *un gas perfetto*, a patto di rimpiazzare il numero  $n$  di molecole con  $E/(h\nu)$ .

Riporto la conclusione di E.:

*Una radiazione monocromatica di densità ridotta (nei limiti di validità della legge di Wien) si comporta, nell'ambito della termodinamica, come se fosse composta di quanti di energia di grandezza  $h\nu$ , indipendenti tra loro.*

Come si vede, E. motiva l'ipotesi dei quanti con considerazioni *puramente teoriche*.

Poi, nella seconda parte dell'articolo, mostra che tale ipotesi *spiega bene una serie di fenomeni*, tra cui l'effetto fotoelettrico.

In particolare ricava che *l'energia massima* dei fotoelettroni deve essere *funzione lineare* della frequenza della luce.

Questa legge di dipendenza *non era nota* sperimentalmente nel 1905: sarebbe stata verificata da Millikan nel 1914.

## Le due quantizzazioni

Riassumendo, esistono due distinte quantizzazioni:

*a)* quella dei livelli atomici (Franck-Hertz)

*b)* quella della radiazione e.m. (Einstein).

Entrambe *incomprensibili* per la fisica dell'800, ma *imposte dai fatti*.

Abbiamo già visto come entrambe permettano di spiegare svariati fenomeni.

Altri ancora si spiegano combinandole insieme.

## Un esempio: gli spettri atomici

Ci sono forti differenze tra spettri di *emissione* e di *assorbimento*, per qualsiasi elemento.

Per es. l'idrogeno *in emissione* produce la *serie di Balmer* nel visibile.

Tuttavia un pallone pieno d'idrogeno risulta *del tutto trasparente* nella stessa banda.

*Spiegazione:* le energie dei livelli, date dalla formula  $-Rhc / n^2$ , sono:

$$E_1 = -13.6, \quad E_2 = -3.4, \quad E_3 = -1.5 \quad \dots \quad \text{eV.}$$

Nel pallone gli atomi sono praticamente tutti al livello più basso, e la minima energia che possono assorbire è  $E_2 - E_1 = 10.2$  eV, corrispondente a fotoni nel *lontano UV*.

Invece in un tubo a scarica gli atomi vengono eccitati per urto da elettroni, *a diversi livelli*.

Per es. dal livello  $E_3$  possono decadere in  $E_1$  ma anche in  $E_2$ .

Nel primo caso emetteranno un fotone UV, nel secondo un fotone visibile.

Allo stesso modo si spiega come mai l'atmosfera sia *trasparente nel visibile*, sebbene azoto e ossigeno abbiano righe di *emissione* nella stessa banda.

## Commento metodologico

Abbiamo visto che le due quantizzazioni, una volta ammesse (perché imposte dai fatti) e organizzate in uno schema teorico (*provvisorio* perché incompatibile con la fisica classica), permettono comunque di *spiegare* (connettere insieme) una quantità di fenomeni.

Questo è un insegnamento di metodo, utilissimo di per se stesso: la ricerca avanza sempre per *conquiste parziali*; non si attende la “teoria generale” per cercare di capire ciò che è possibile.

Lo stesso Einstein è stato maestro in questo modo di procedere.

## Il modello di Bohr

Il primo tentativo di dare una base teorica alla quantizzazione dei livelli atomici è quello di Bohr (1913).

B. prende in esame l'atomo di H, secondo l'idea di Rutherford, e limitandosi a orbite *circolari*.

Per ottenere una quantizzazione, postula che siano ammesse solo orbite in cui il *momento angolare* dell'elettrone è un multiplo di  $\hbar = h/2\pi$ .

Con un calcolo elementare ottiene una quantizzazione dei raggi

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m e^2} = n^2 a_0$$

dove  $a_0 = \hbar^2 / m e^2$  è detto “raggio di Bohr” e vale 52.9 pm.

(1 pm =  $10^{-12}$  m,  $m$  è la massa dell'elettrone. Tutte le formule sono scritte un'unità di Gauss; per passare al SI basta sostituire  $e^2$  con  $e^2 / 4\pi\epsilon_0$ .)

Segue subito l'espressione dell'energia:

$$E_n = -\frac{e^2}{2r_n} = -\frac{m e^4}{2 n^2 \hbar^2} = -\frac{R h c}{n^2}$$

dove

$$R = \frac{m e^4}{4 \pi c \hbar^3}.$$

B. assume poi che un fotone venga emesso nella transizione tra due livelli:

$$h \nu = E_n - E_m \quad (m < n).$$

Usando l'espressione sopra per  $E_m$ ,  $E_n$  si ritrova esattamente la *formula di Rydberg* e anche un valore per  $R$  in termini di *costanti fondamentali*.

Il valore numerico *concorda* con quello determinato per via *sperimentale*, che era noto già allora con parecchie cifre.

## Commento

L'accordo del modello di Bohr coi dati sperimentali è impressionante, e fece subito capire che che B. aveva scoperto qualcosa di *sostanzialmente vero*.

Il modello venne anche rafforzato dalla sua capacità di spiegare piccole differenze fra le righe spettrali di H e quelle di  $\text{He}^+$ , scoperte nello spettro di una stella ( $\alpha$  Puppis).

Resta però che l'ipotesi di *quantizzazione del momento angolare* non poteva essere giustificata nella meccanica classica.

Inoltre si doveva ammettere che un elettrone nel suo moto al livello  $E_n$  *non dovesse perdere energia*; anche questo contro l'e.m. maxwelliano.

L'emissione di energia poteva aver luogo solo alla *transizione* tra due livelli *stazionari*.

Il tentativo di estendere il modello ad atomi con più elettroni non diede risultati.

Tutto lasciava intendere che doveva trattarsi di uno *stadio provvisorio* della teoria.

Infatti una teoria pienamente soddisfacente sarebbe nata da *altre idee*, poco più di 10 anni dopo, col doppio nome di “meccanica quantistica” e di “meccanica ondulatoria”.

Per contrapposizione, il modello di Bohr venne chiamato “vecchia meccanica quantistica” e conserva solo interesse storico.

[1] Sul moto browniano:

<http://www.sagredo.eu/candela/candel34.pdf>

[2] Sugli aspetti statistici:

<http://www.sagredo.eu/fq/fq21p2.pdf>

(le figure sono in [fq21f2.pdf](#)).