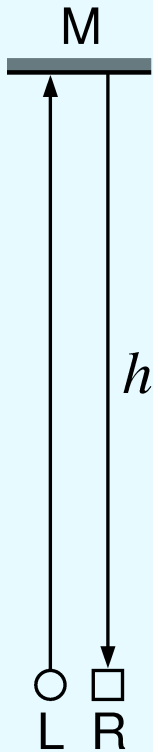


Insegnare la fisica moderna

Relatività - seconda puntata

Orologio a luce e tempo proprio



A sinistra: rif. T del treno ($h = c \Delta t$).

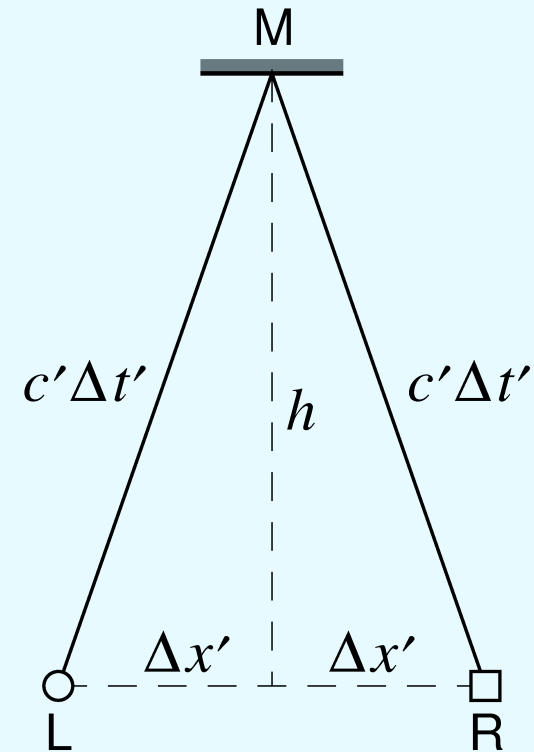
A destra: rif. S della stazione.

$$c'^2 (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = c^2 \Delta t^2$$

$$\Delta t^2 = (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 / c^2.$$

In un altro rif. R, che si muova con diversa velocità rispetto a T, avremo un diverso $\Delta x''$ e un diverso $\Delta t''$, ma ancora

$$\Delta t^2 = (\Delta t'')^2 - (\Delta x'')^2 / c^2.$$



Dunque l'espressione a secondo membro è *invariante*, e coincide col tempo misurato in un rif. “di quiete”, in cui emissione e ricezione avvengono nello stesso punto dello spazio (*tempo proprio*).

Ma questo *va approfondito*.

Lo spazio-tempo

L'idea è dovuta a Minkowski (1908).

Se introduciamo un'unica struttura, che comprenda insieme spazio e tempo (appunto lo “spazio-tempo”) con coordinate t, x, y, z , non è difficile vedere che l'invariante che abbiamo trovato si generalizza in

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 / c^2 - \Delta y^2 / c^2 - \Delta z^2 / c^2.$$

Lo indicherò con $\Delta\tau^2$, anche se la notazione è impropria, visto che l'espressione non è sempre positiva.

Lo è però nei casi più importanti e per noi di gran lunga più frequenti.

Una semplificazione

In moltissime formule di relatività, a cominciare dall'espressione di $\Delta\tau^2$, compare la costante c .

Le formule si semplificano ponendo $c = 1$, e così faremo (anche se la scelta può suscitare perplessità, e dubbi dal punto di vista didattico).

La perplessità può essere espressa come segue: x e t rappresentano grandezze fisiche *diverse*, che hanno *dimensioni* fisiche *diverse*: non è quindi corretto trattarle come se fossero omogenee.

Questa posizione deriva dal credere che la dimensione fisica di una grandezza sia qualcosa d'intrinseco, che non può essere cambiata a nostro piacere.

La questione richiederebbe una discussione approfondita, che qui non ci è permessa. Ma un cenno è necessario.

La pratica e la storia della fisica provano proprio l'opposto: le dimensioni fisiche hanno carattere del tutto *convenzionale*; sono legate alle scelte che si fanno quanto ai *sistemi di unità* e alle grandezze che si assumono come *fondamentali*.

Un solo esempio: le diverse dimensioni della carica elettrica nei sistemi CGS e SI.

Il maggior vantaggio di prendere $c = 1$ lo si vede nei *diagrammi spazio-tempo*, di cui faremo largo uso.

Sull'aspetto didattico evito di entrare, perché anche questo sarebbe un discorso non breve...

Riassumendo...

... scriverò l'invariante di Minkowski

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2.$$

Molto spesso basterà *una sola* coordinata spaziale:

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2.$$

In termini più matematici:

Lo spazio-tempo fisico ha una struttura (spazio di Minkowski) consistente in uno *spazio affine* 4D dotato di una *metrica pseudoeuclidea* di segnatura $(1, -1, -1, -1)$:

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2.$$

Qui Δt , Δx , Δy , Δz stanno a indicare le *differenze* fra le coordinate di *due eventi* (v. fra poco).

Nota: Per la segnatura, e di conseguenza per la forma di $\Delta\tau^2$, è anche in uso la scelta opposta $(-1, 1, 1, 1)$. Ciascuna delle due ha i suoi sostenitori, i suoi pro e i suoi contro.

Che cos'è un evento?

I punti dello spazio-tempo si chiamano “eventi”.

Dal punto di vista fisico, un evento è l'*astrazione* di un fenomeno *ben localizzato* nello spazio e nel tempo.

Che cosa debba intendersi per “ben localizzato”, dipende dal contesto.

Può essere il decadimento di un nucleo, l'esplosione di una supernova, la nascita di un bambino (un “lieto evento”)...

Assunto un rif. e in esso un sistema di coordinate spazio-temporali, un evento è descritto da una quaterna di reali: (t, x, y, z) .

Trasformazioni di coordinate

Cambiando il rif. (e di conseguenza le coordinate) la quaterna che rappresenta un evento *cambia*:

$$(t, x, y, z) \rightarrow (t', x', y', z').$$

Ma un evento *non* è quella quaterna: essendo un fenomeno fisico, ha carattere *oggettivo*, indipendente dal rif. che si sceglie per descriverlo.

Ha invece senso cercare le *leggi di trasformazione delle coordinate* di un evento. Queste sono le *trasformazioni di Lorentz*, delle quali noi *non faremo mai uso*.

La cosa per noi importante è che *la metrica è invariante*:

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2.$$

Perché no?

La scelta di non usare le trasformazioni di Lorentz va giustificata.

Nella tradizione didattica della relatività, le TdL sono un “must”, uno strumento obbligato.

A mio parere occorre *andar cauti* con l'uso degli strumenti matematici, quando questi rischiano di *oscurare la fisica*.

È possibile un paragone con la geometria *sintetica* (euclidea) e la geometria *analitica* (cartesiana).

La seconda è uno strumento potentissimo, e non solo: permette un punto di vista diverso, più ampio, sulla stessa natura della geometria.

(A parte un eccesso di *algebrizzazione* della geometria, che non ritengo sia cosa buona nella scuola secondaria.)

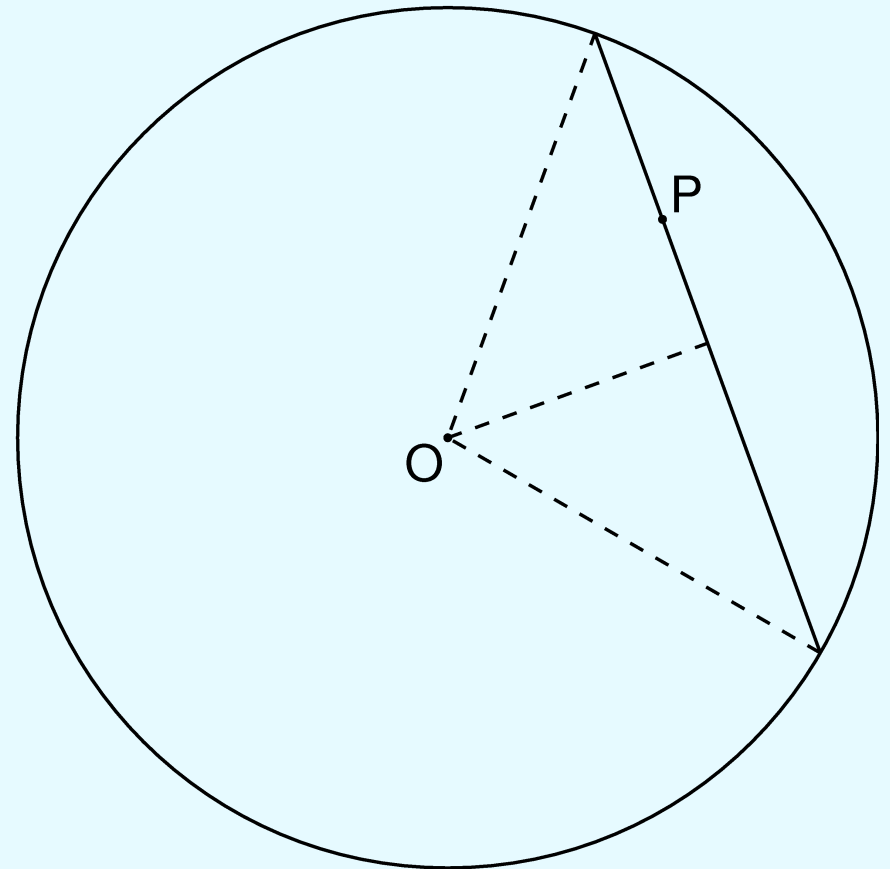
Ma chi pretendesse di usare *sempre* la geometria analitica, per qualsiasi problema, mancherebbe di buon senso...

Problema:

P è un punto generico interno alla circonferenza e distinto dal centro.

Tra tutte le corde per P, determinare quella di lunghezza minima.

La soluzione analitica (retta per P, intersezioni con la circonferenza, lunghezza della corda, minimo) è diretta (meccanica) ma assurdamente complicata rispetto a quella sintetica.



Linee orarie

Un *corpo materiale*, se possiamo schematizzarlo con un *punto dello spazio*, ha una *storia nel tempo*.

La storia è una *curva dello spazio-tempo*, detta *linea oraria* o *linea d'universo*.

Esempio: se il corpo si muove di *moto rettilineo uniforme*, la sua linea oraria è una *retta*:

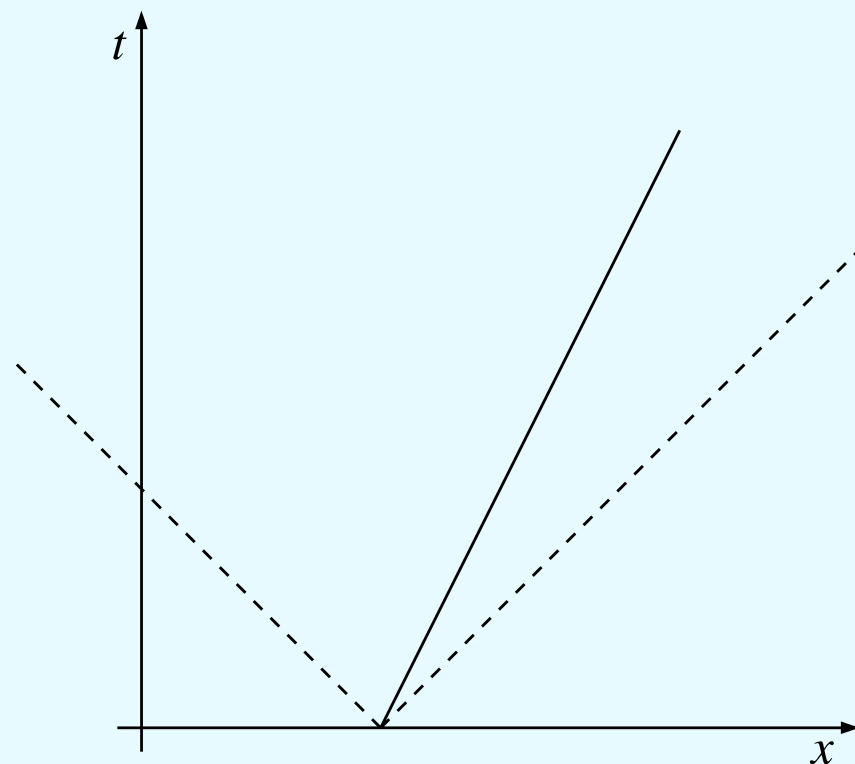
$$x = x_0 + vt.$$

Se si tratta della luce ($|v| = 1$) avremo

$$x = x_0 + t \quad \text{oppure} \quad x = x_0 - t$$

a seconda del *verso* del moto.

Comunque, sempre una retta a 45° rispetto agli assi x , t .



Una convenzione nuova

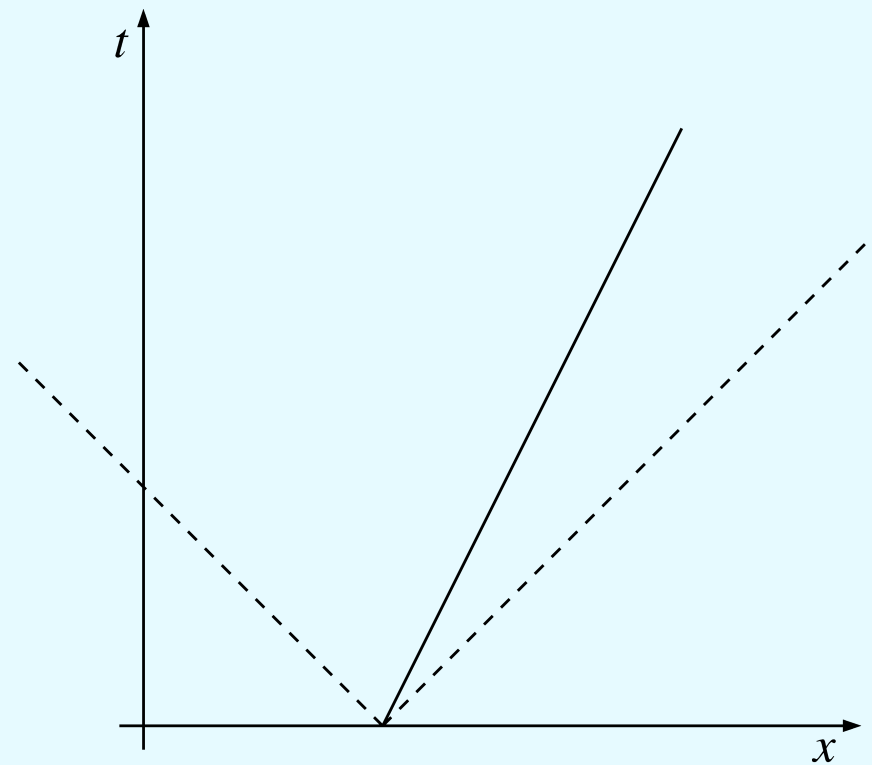
La figura mostra una diversa convenzione rispetto a quella abituale nei diagrammi orari: il *tempo in ordinata* (verticale) anziché in ascissa (orizzontale).

È problematico giustificare una convenzione, ma questa è in uso pressoché universale in relatività.

Possiamo dare la regoletta mnemonica:

futuro in alto, passato in basso.

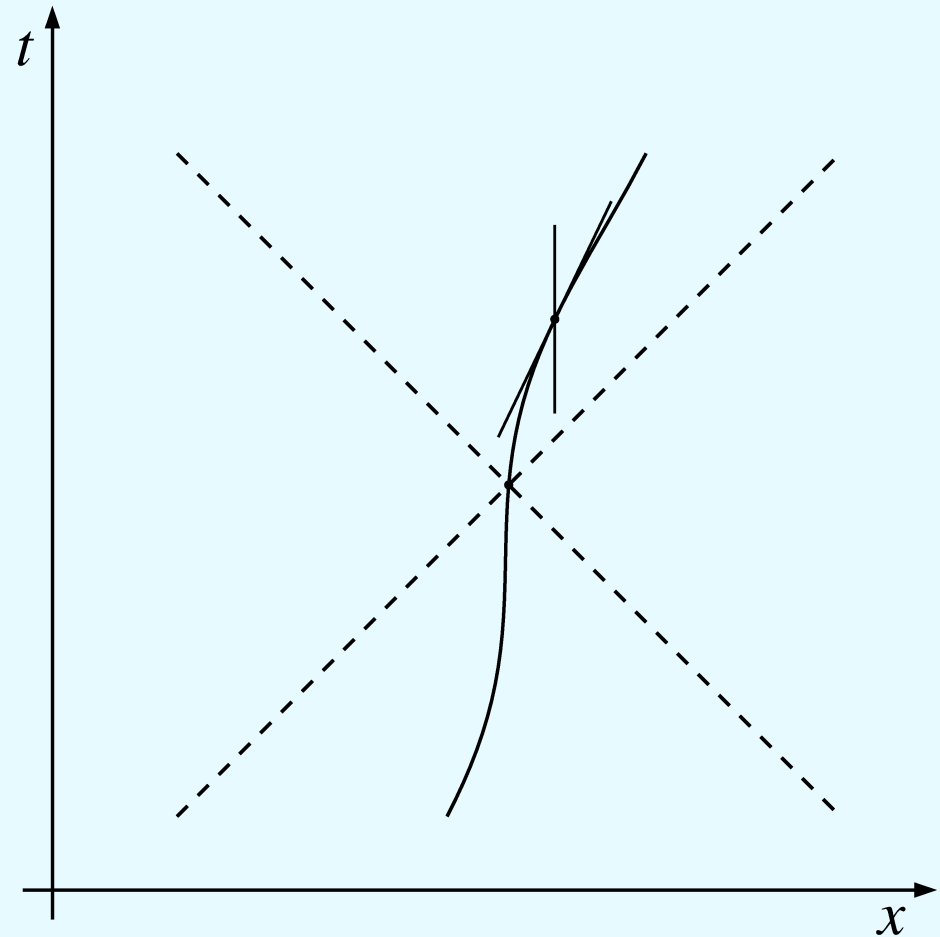
Può costituire una difficoltà didattica, ma anche un'opportunità per rimarcare l'*arbitrarietà* delle convenzioni, anche nelle rappresentazioni grafiche.



Proprietà delle linee orarie

Se ammettiamo (ne riparleremo) che nessun corpo di massa > 0 può raggiungere e tantomeno superare la velocità della luce, ne deduciamo facilmente due proprietà di qualunque curva oraria:

- 1) Preso un punto della curva, questa giace interamente dentro i due angoli retti formati dalle rette a 45° per quel punto, che hanno per bisettrice la parallela all'asse t .
- 2) In ogni punto la tangente alla curva forma con l'asse t un angolo $< 45^\circ$.



Lunghezza di una linea oraria

Consideriamo un *arco di linea oraria*, fra due eventi A, B.

Fisicamente questo arco rappresenta un corpo che è *partito* a un certo tempo da una certa posizione spaziale, ed è *arrivato* a un altro tempo a una nuova posizione spaziale.

Fra due eventi abbiamo definito una *metrica* $\Delta\tau^2$, che è il quadrato del *tempo proprio* fra i due eventi.

In geometria euclidea, dalla distanza fra due punti si arriva a definire la *lunghezza* di un arco di curva.

Allo stesso modo, dalla “distanza” (tempo proprio) si arriva a definire la “lunghezza” dell'arco di curva.

Il suo significato fisico è:

tempo segnato da un orologio che accompagna il corpo in moto.

Per approfondire, rimando a ([5] lez08.pdf)

I diagrammi spazio-tempo sono carte geografiche

A differenza dei comuni grafici (t,x) , che sono *grafici di funzioni* $x = f(t)$, un diagramma spazio-tempo va letto come una *carta geografica* dello spazio-tempo.

Le carte geografiche:

a) Rappresentano gli oggetti fisici in modo *astratto e simbolico*; nello spazio-tempo i diagrammi rappresentano *corpi e fenomeni*, ma riducendoli a *linee orarie ed eventi*.

b) La rappresentazione non è necessariamente *fedele* in tutti gli aspetti (non può esserlo): qui la metrica non è conservata, perché la figura su carta è *euclidea*, mentre lo spazio-tempo è *minkowskiano*.

La *distanza* nel diagramma *non* è una distanza in scala, nello spazio-tempo non ci sono *angoli* nel senso consueto, ecc.

Tuttavia i diagrammi spazio-tempo sono *strumenti utilissimi* per capire la relatività, e *bisogna imparare* a usarli.

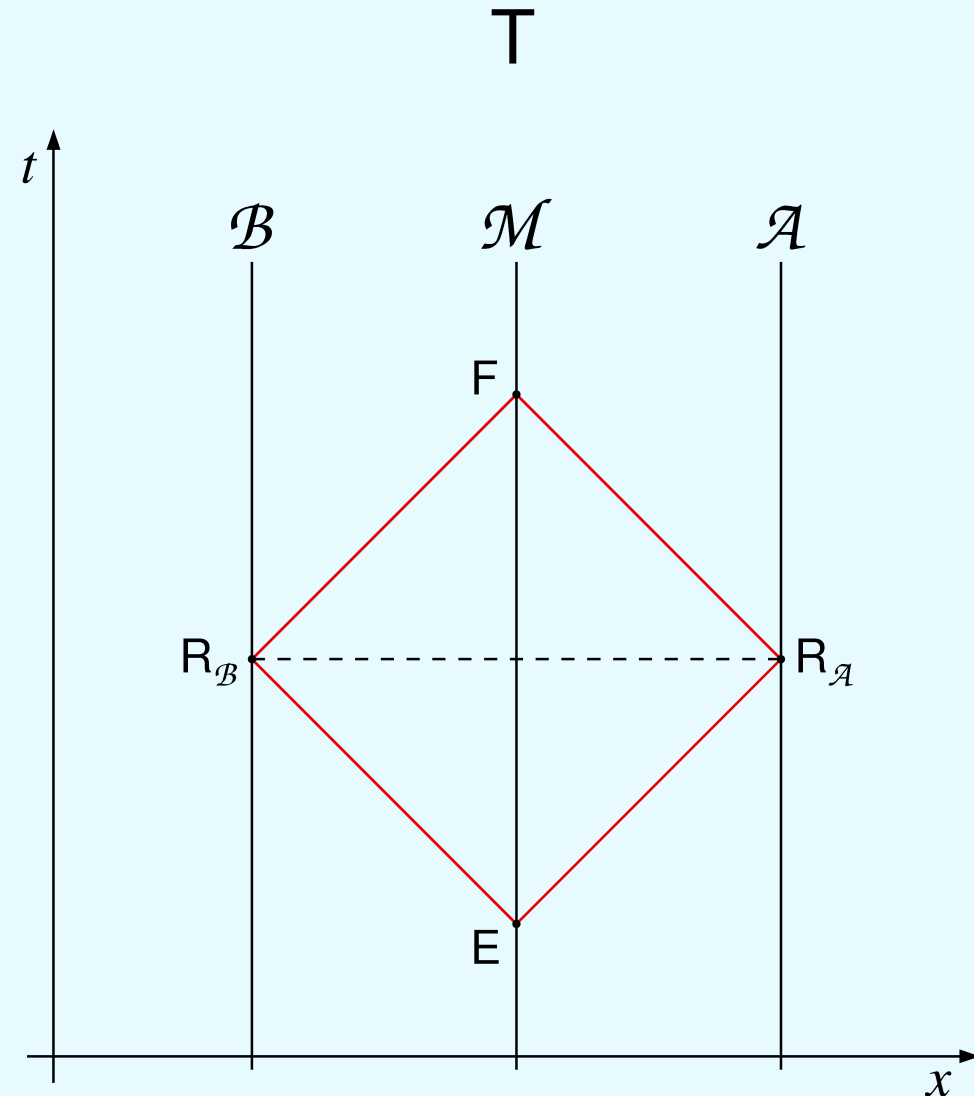
Un esempio: la simultaneità è relativa

Nel solito rif. T del treno, siano risp. $\mathcal{A}$ la testa e $\mathcal{B}$ la coda di questo, ovviamente fermi rispetto a T e quindi aventi linee orarie parallele all'asse t .

Sia $\mathcal{M}$ il punto medio fra $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, ottenuto con misure di lunghezza.

$\mathcal{M}$ può anche essere determinato col *metodo radar*: da $\mathcal{M}$ si fanno partire simultaneamente (evento E) due impulsi luminosi, uno verso $\mathcal{A}$ e uno verso $\mathcal{B}$. Siano $R_{\mathcal{A}}$, $R_{\mathcal{B}}$ i due eventi “arrivo degli impulsi”.

Gli impulsi si riflettono indietro verso $\mathcal{M}$: siano $F_{\mathcal{A}}$, $F_{\mathcal{B}}$ gli eventi “arrivo degli impulsi riflessi in $\mathcal{M}$ ”.

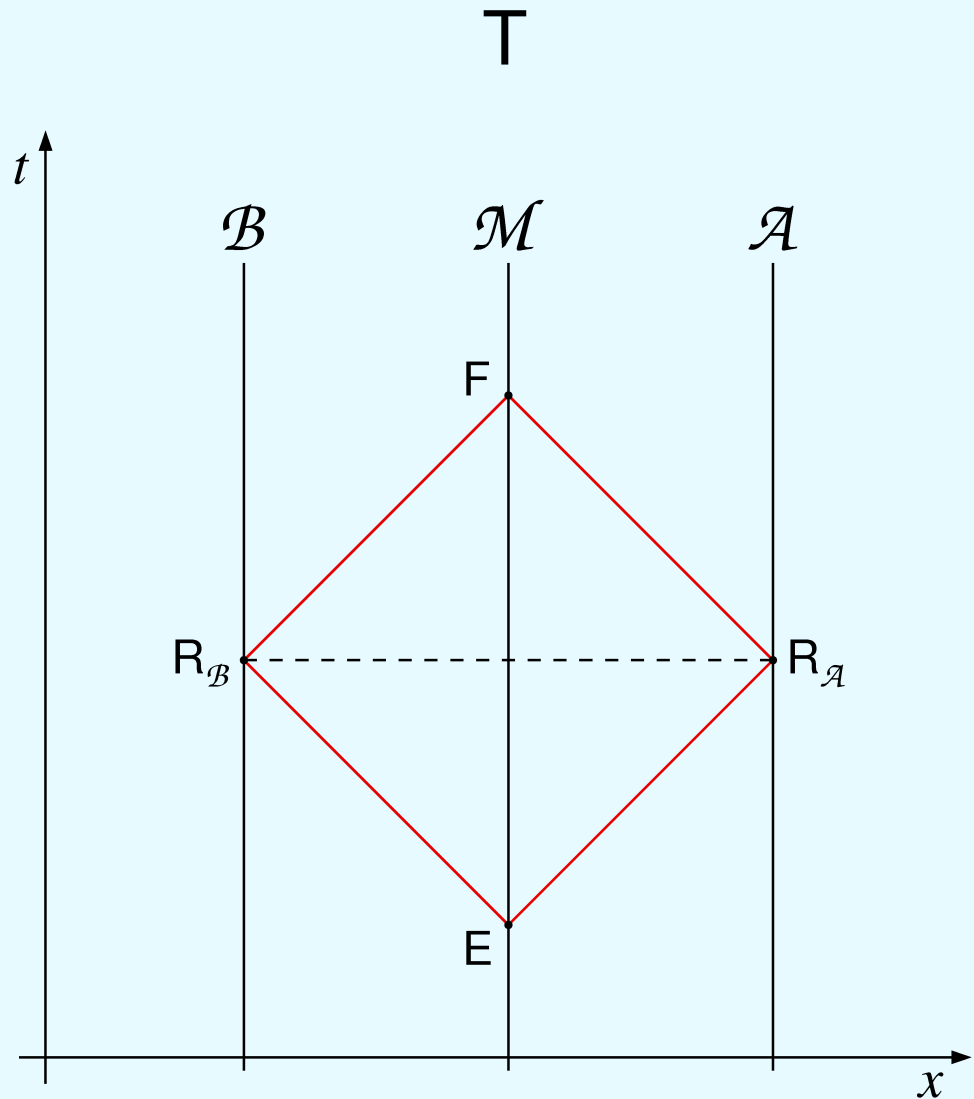


Gli impulsi si riflettono indietro verso $\mathcal{M}$: siano $F_{\mathcal{A}}$, $F_{\mathcal{B}}$ gli eventi “arrivo degli impulsi riflessi in $\mathcal{M}$ ”.

Dai tempi fra E ed $F_{\mathcal{A}}$, fra E ed $F_{\mathcal{B}}$, si misurano le distanze $\mathcal{AM}$, $\mathcal{BM}$, assumendo per la luce velocità 1.

Se $F_{\mathcal{A}}$ ed $F_{\mathcal{B}}$ *coincidono*, le due distanze sono *uguali* e $\mathcal{M}$ è il *punto medio*.

Allora gli eventi $R_{\mathcal{A}}$, $R_{\mathcal{B}}$ sono *simultanei*.



Una figura tutta sbagliata

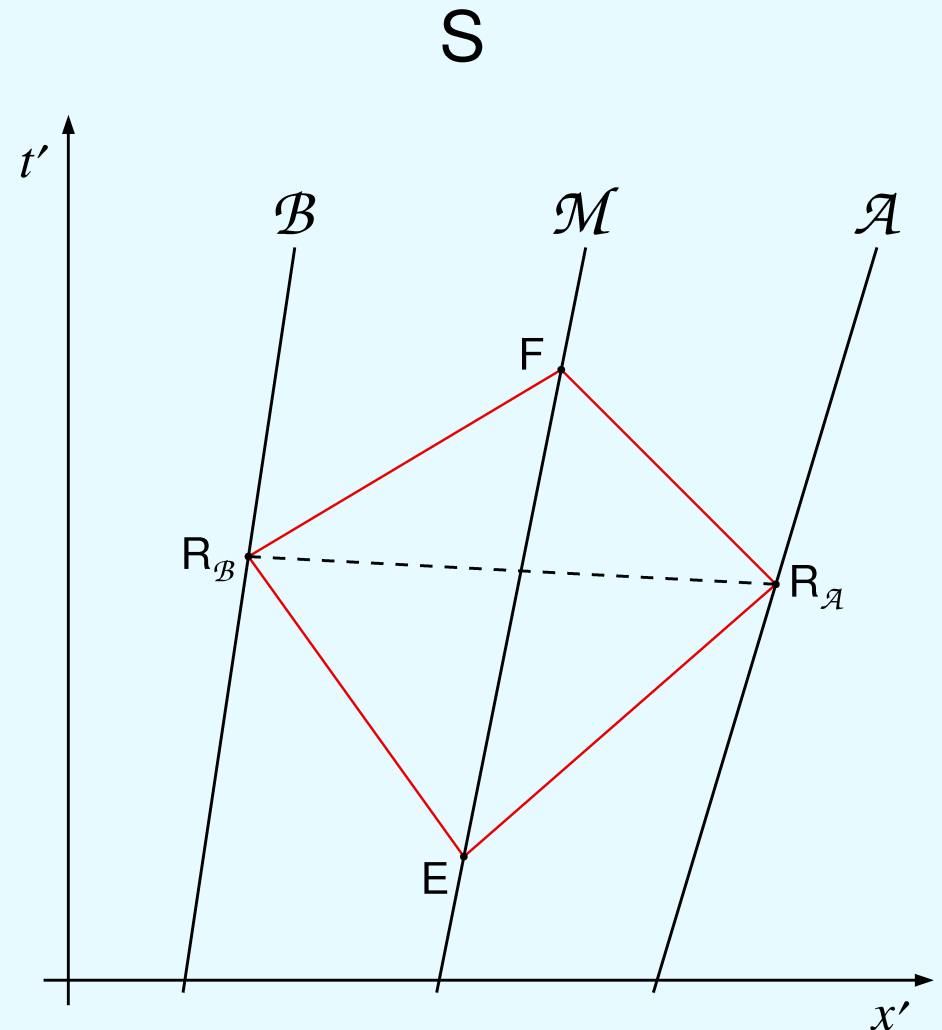
Come si presenta la situazione nel rif. S della stazione?

La figura accanto è un primo tentativo, ma è tutta sbagliata...

In primo luogo, i punti $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{M}$ si muovono con la *stessa* velocità, quindi le loro linee orarie debbono essere *parallele*.

Poi le linee rosse (linee orarie degli impulsi luminosi) debbono essere tutte a 45° , perché la velocità della luce vale 1 anche nel rif. S.

Questo è possibile solo se la retta $\mathcal{M}$ è a metà strada fra $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$: questa proprietà è *invariante*.



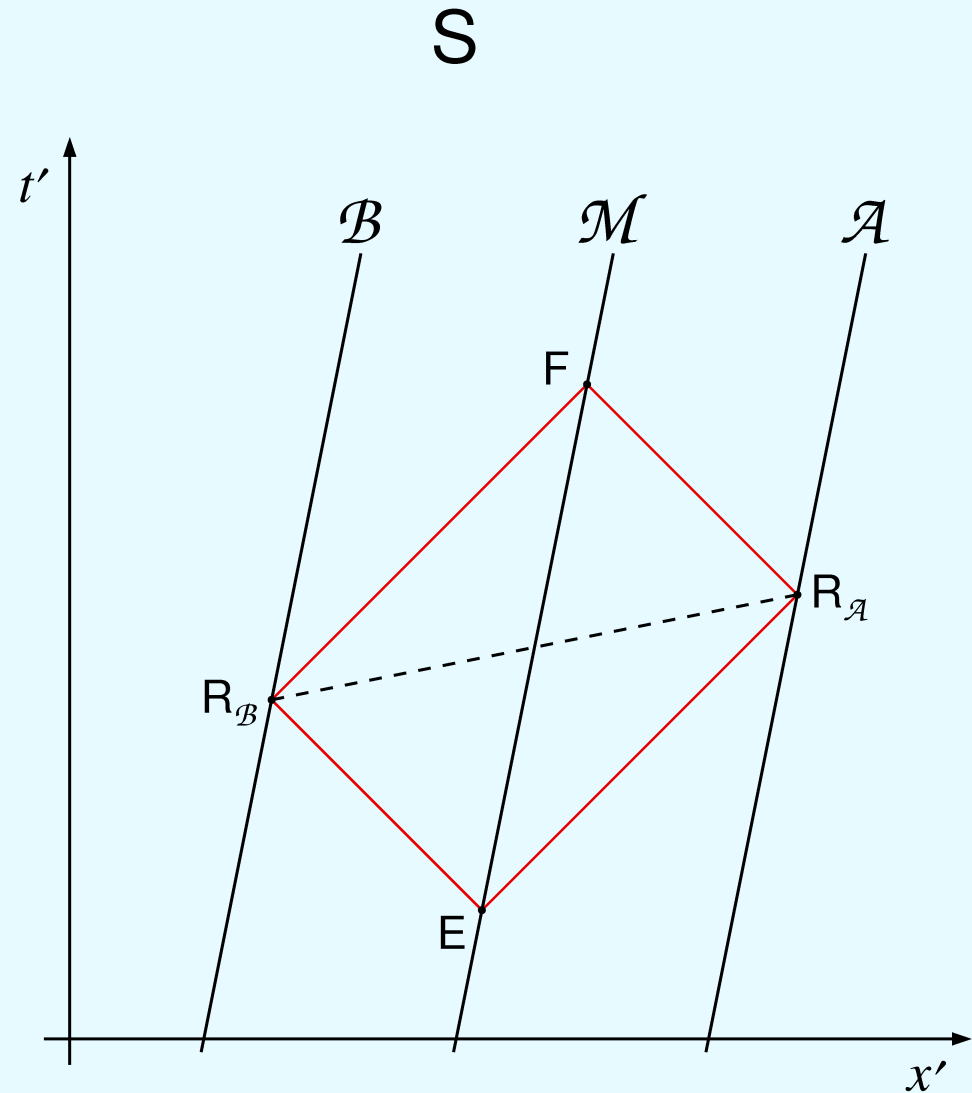
Ecco la figura corretta.

Il quadrilatero $ER_{\mathcal{A}}FR_{\mathcal{B}}$ è un *rettangolo* a 45° .

La diagonale $R_{\mathcal{A}}R_{\mathcal{B}}$ forma con l'asse x' lo stesso angolo che EF forma con l'asse t' .

Il che dimostra ciò che si voleva: gli eventi $R_{\mathcal{A}}$, $R_{\mathcal{B}}$, che in T sono simultanei, *non lo sono* in S .

Si può anche calcolare facilmente la differenza dei loro tempi, ma bisogna andare avanti...



Parentesi sulla sincronizzazione

In tutto quanto precede abbiamo sorvolato su un punto delicato.

Nella definizione di rif. abbiamo detto che si dispone di tutti gli strumenti occorrenti per le misure. In particolare (era sottinteso) per le misure di tempo relative a fenomeni che avvengono *in ogni punto* del rif.

Anzi, abbiamo dato per scontato che si possa parlare di un *unico tempo* per tutto il rif., il che vuol dire che se abbiamo diversi orologi questi siano stati *sincronizzati*.

Questo significa due cose:

- a) Che tutti gli orologi *marciano allo stesso ritmo*.
- b) Che segnano lo stesso tempo, ossia che *sono stati azzerati insieme*.

Delle due condizioni, *a*) è la più facile da verificare.

Se abbiamo due orologi, A e B, mandiamo due segnali da A verso B, quando A segna t_1, t_2 . Se B segna t_3, t_4 quando riceve i due segnali, basta verificare che

$$t_4 - t_3 = t_2 - t_1.$$

Quanto a *b*), si può pensare di appoggiarsi alla costanza della velocità della luce: se s è la distanza tra i due orologi, basterà controllare che sia

$$t_3 = t_1 + s.$$

(Questa viene chiamata la “sincronizzazione alla Einstein”, per l'uso che fa della costanza della velocità della luce.)

Ma c'è un “ma”: come possiamo verificare la costanza della velocità della luce, se non disponiamo già di orologi sincronizzati?

Sembra dunque che siamo caduti in un circolo vizioso...

Filosofi della scienza e fisici sensibili alle questioni di fondamenti hanno discusso a lungo, e ancora discutono, prendendo posizioni diverse su cui non possiamo fermarci.

Accenno velocemente al mio punto di vista.

Esiste un fatto che può essere sottoposto a verifica sperimentale.

Supponiamo di avere tre (o più) orologi: A, B, C, ... e sincronizziamo “alla Einstein” B con A, C con A, ecc.

Possiamo poi *controllare* se B riesce o no sincronizzato con C ... Questa non è una scelta arbitraria: *o succede o non succede*.

Se succede, dirò che la sincronizzazione è *coerente*.

Tutta la fisica è costruita sull'ipotesi che la cosa funziona, quindi possiamo accettare un postulato così espresso:

In ogni rif. è possibile sincronizzare alla Einstein tutti gli orologi in modo coerente, assumendo che la velocità della luce nel vuoto sia la stessa ovunque, in ogni tempo e in qualunque direzione.

Ripeto che questo postulato è assoggettabile, almeno in linea di principio, a verifica sperimentale.

La dilatazione del tempo

Si può usare la nostra figura come punto di partenza per discutere questo argomento (che io non ritengo essenziale, ma il Syllabus la pensa diversamente...).

S

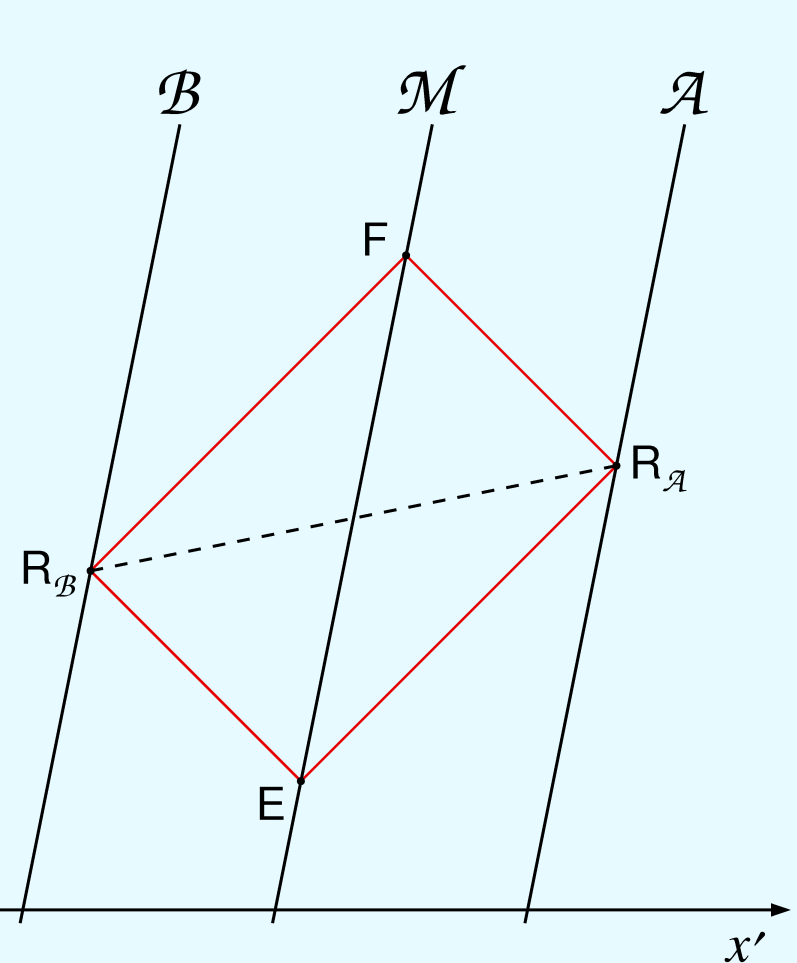
Fissiamo l'attenzione sui due eventi E, F. Questi in T hanno coordinate (t_E, x_E) , (t_F, x_F) mentre in S hanno coordinate (t'_E, x'_E) , (t'_F, x'_F) .

Cerchiamo la relazione fra

$$\Delta t = t_F - t_E$$

e

$$\Delta t' = t'_F - t'_E.$$



Osserviamo che

$$\Delta x' = x'_F - x'_E = v \Delta t'$$

mentre

$$\Delta x = x_F - x_E = 0.$$

Basta allora usare l'invariante $\Delta\tau^2$:

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 = (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

$$\Delta t^2 = (\Delta t')^2 (1 - v^2)$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Ecco la dilatazione: l'intervallo di tempo nel rif. S è *maggiore* di quello nel rif. T per il fattore

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Attenzione!

Troppo spesso non viene spiegato per bene che la dilatazione ha un'applicazione precisa: riguarda l'intervallo di tempo *fra due eventi*, misurato da *due diversi rif.*, sotto una condizione.

In un uno dei due rif. (il nostro T) i due eventi *avvengono nello stesso luogo* (stessa x).

Allora l'intervallo di tempo *nell'altro rif.* (il nostro S) risulta dilatato.

Niente “orologi che rallentano quando sono in moto”, “tempo che dipende dall'osservatore”, o altre stupidaggini simili.

La contrazione di Lorentz

La solita figura ci servirà anche per quest'altro argomento (che io ritengo ancor meno importante della dilatazione del tempo).

Ma ancora una volta, nel Syllabus è dato come *irrinunciabile*.

Simmetricamente a ciò che abbiamo fatto per la dilatazione del tempo, consideriamo i due eventi $R_{\mathcal{A}}$, $R_{\mathcal{B}}$.

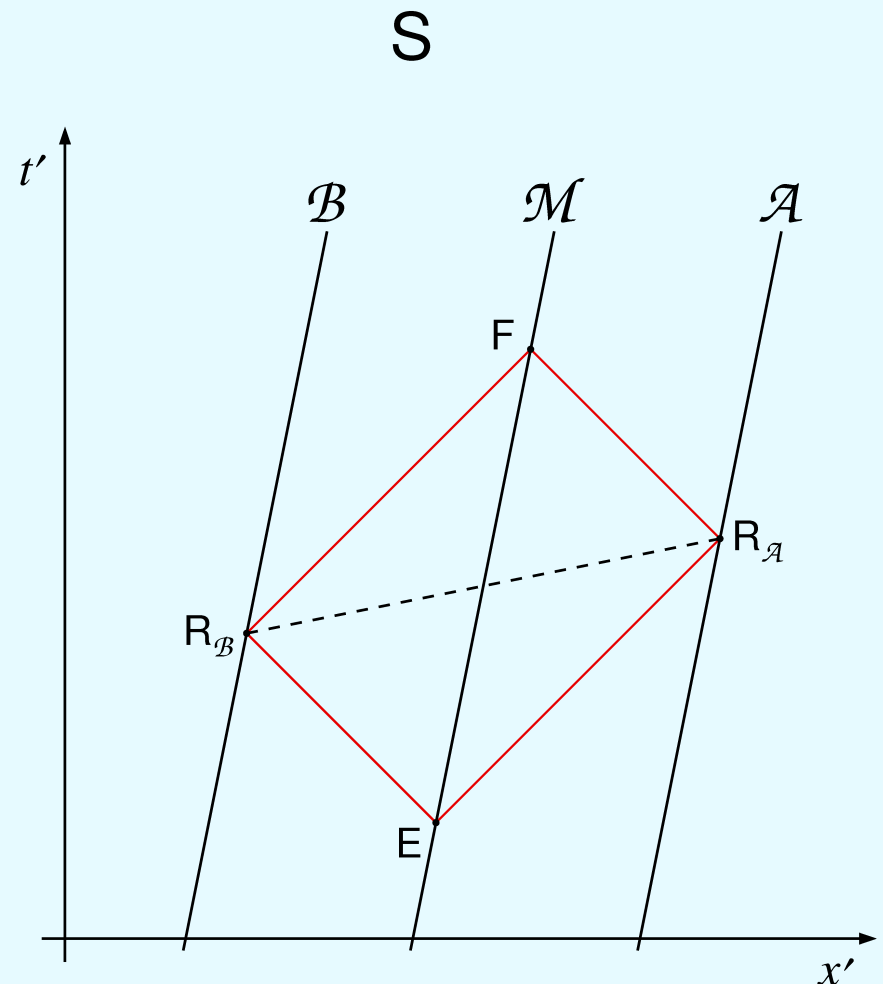
Basta scambiare i Δt e i Δx per arrivare a

$$\Delta x' = \gamma \Delta x.$$

Ma chi conosce il risultato si aspettava l'inverso:

$$\Delta x' = \Delta x / \gamma !$$

Dov'è l'errore?



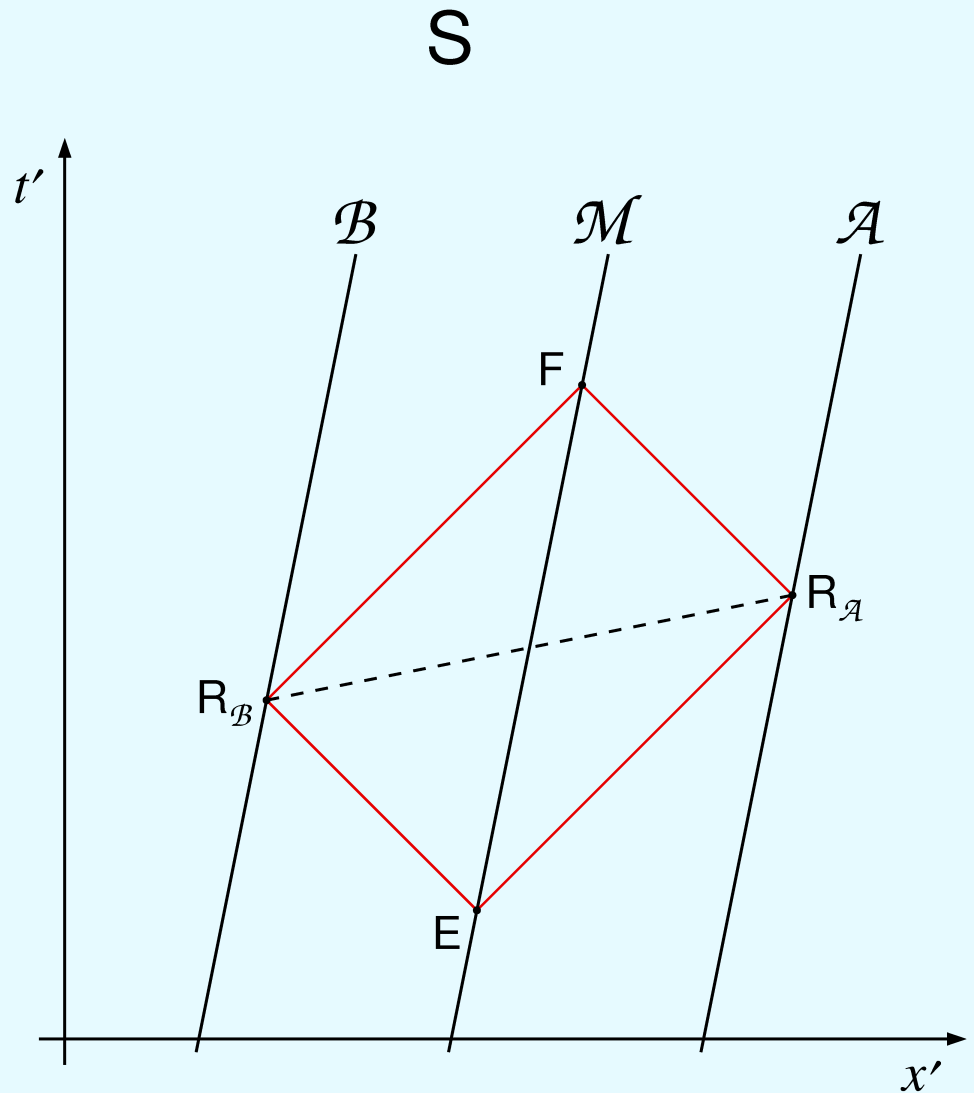
Dov'è l'errore?

Semplice: dilatazione del tempo e contrazione di Lorentz *non sono effetti simmetrici!*

La dilatazione del tempo riguarda l'intervallo di tempo fra eventi come E e F, che in un rif. (T nel nostro caso) avvengono in uno stesso luogo e in un altro rif. in luoghi diversi.

Invece la contrazione di Lorentz riguarda *punti dello spazio*, fermi nel rif. T e quindi in moto (con uguale velocità) nel rif. S.

Ci si chiede come cambia la loro distanza, ossia la differenza delle x , misurata in ogni caso *a un dato tempo* del rif.



Nel rif. T questa è la differenza Δx fra le x di R_A e di R_B .

Ma in S al posto di R_A va usato un nuovo evento G, che avviene nella posizione spaziale $\mathcal{A}$, ma simultaneo a R_B .

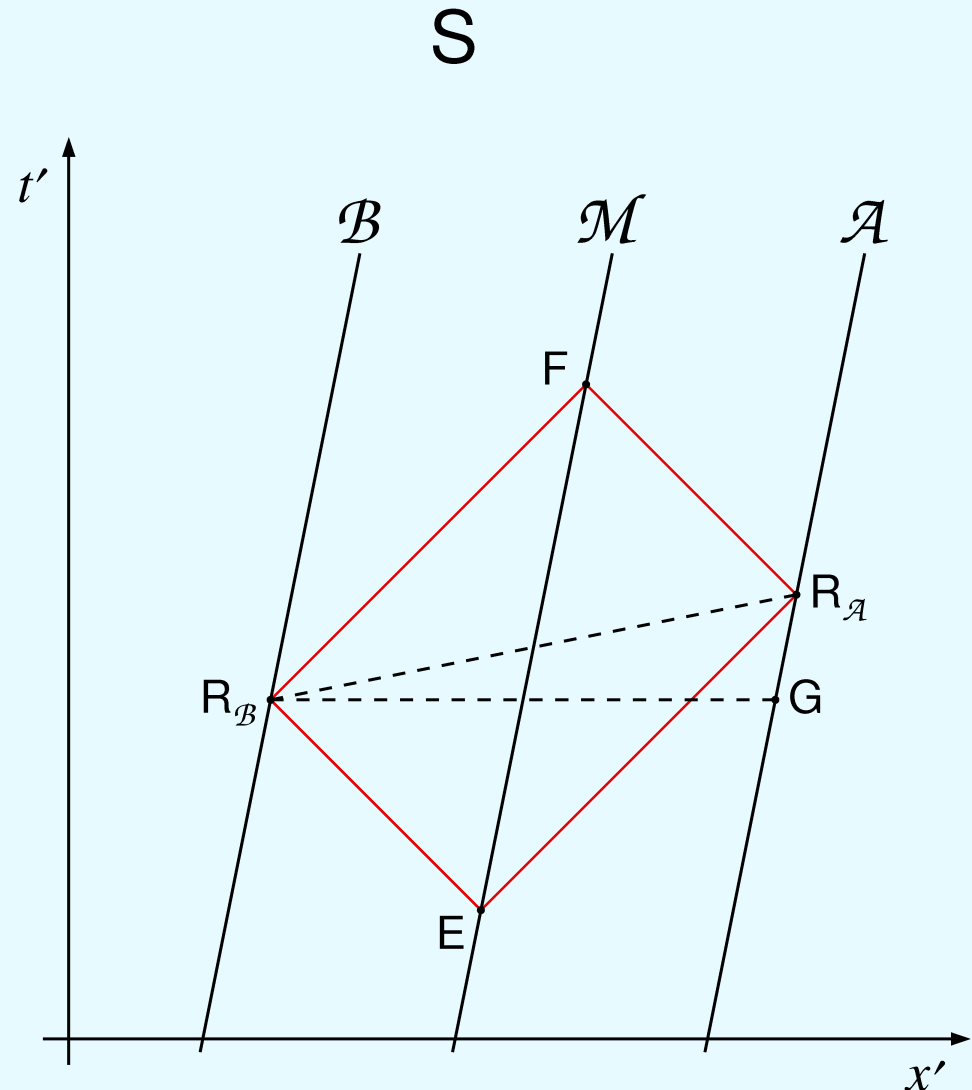
Ci conviene semplificare la notazione, indicando con (t'_1, x'_1) e (t'_2, x'_2) le coordinate risp. di R_A e di R_B in S.

Allora:

$$\begin{aligned} x'_1 - x'_2 &= (x'_G - x'_2) + (x'_1 - x'_G) = \\ &= (x'_G - x'_2) + v(t'_1 - t'_G) = \\ &= (x'_G - x'_2) + v(t'_1 - t'_2) = \\ &= (x'_G - x'_2) + v^2(x'_1 - x'_2) \end{aligned}$$

$$x'_G - x'_2 = (x'_1 - x'_2) / \gamma^2 = (x_1 - x_2) / \gamma.$$

(Abbiamo usato l'osservazione sulle diagonali del rettangolo.)



Argomenti di cui ho deciso di non parlare

La cosiddetta “addizione” o “composizione” delle velocità [7].

Il “paradosso dei gemelli” ([5] lez08.pdf), [8].

I “nuovi esperimenti”

La storia delle verifiche sperimentali della relatività è assai lunga (circa un secolo ...).

È quindi possibile soltanto sfiorarla.

Mi limiterò a parlare di alcuni di quelli che ho chiamato “nuovi esperimenti”, dove “nuovi” ci sta per due ragioni:

- sono esperimenti realizzati dopo la metà del secolo scorso
- hanno fatto uso di tecniche sperimentali avanzatissime, in qualche caso appena inventate; per es. gli *orologi atomici*.

L'esperimento di Hafele e Keating

Non è il primo dei “nuovi esperimenti”, come vedremo: risale al 1971.

La sua funzione è molteplice:

- provare l'inesistenza del tempo assoluto
- sottolineare il ruolo dei riferimenti inerziali e non inerziali
- indicare l'uso del principio di equivalenza.

Il suo valore didattico sta nella semplicità: si tratta della misura diretta dei tempi segnati da due orologi in rif. diversi.

Forse per questo, o perché “troppo recente”, è ignorato da IN e Syllabus...

Descrizione dell'esperimento

Due orologi atomici furono montati su due aerei che facevano il giro del mondo: l'uno in senso orario, l'altro in senso antiorario (uno verso Est, l'altro verso Ovest).

Gli orologi erano stati *sincronizzati* alla partenza; quando atterrarono di nuovo all'aeroporto dal quale erano partiti, segnavano *tempi diversi*.

La presenza della hostess mostra che si trattava di aerei di linea, quindi con scali intermedi e una rotta complicata, di cui si è dovuto tener conto per interpretare i dati.



Più esattamente:

Alla fine del viaggio, durato un po' più di *due giorni*, l'orologio che aveva viaggiato verso Ovest era *avanti* rispetto all'altro di (332 ± 14) ns.

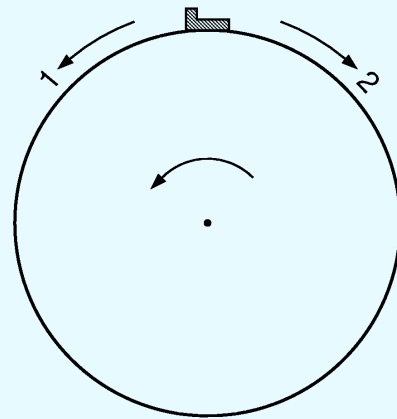
(Osserviamo che lo scarto relativo risulta 1.8×10^{-12} . Solo un orologio atomico consente una misura del genere.)

In realtà i due orologi vennero anche confrontati con uno *rimasto fermo* alla base; ma per semplicità trascureremo questa parte dell'esperimento.

Schematizziamo l'esperimento

In primo luogo supporremo che tutto il viaggio degli aerei si svolga *lungo l'equatore*.

Supporremo poi che il moto degli aerei sia *uniforme* (con la stessa velocità per entrambi) e la *quota costante*; in particolare trascureremo le variazioni di quota al decollo e all'atterraggio.



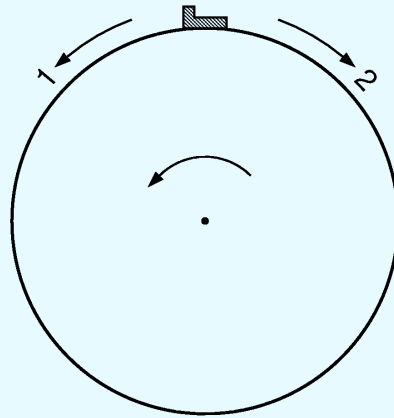
Gli orologi partono dall'aeroporto A posto all'equatore; l'orologio **1** gira in senso *antiorario*, l'orologio **2** in senso *orario*.

Quando ritornano in A, si confronta l'intervallo di tempo $\Delta\tau_1$ segnato dall'orologio **1** con quello $\Delta\tau_2$ segnato dall'orologio **2**.

L'esperimento mostra che

$$\Delta\tau_2 > \Delta\tau_1:$$

questo dobbiamo discutere e interpretare.



La schematizzazione non serve solo a rendere più semplice la descrizione e il calcolo.

Serve soprattutto a trascurare l'*effetto gravitazionale* (RG) che c'è ed è importante, ma essendo lo stesso sui due orologi *si cancella* nel confronto (non è invece trascurabile nel confronto con l'orologio a terra).

Discussione dell'esperimento

Contro le apparenze, i due orologi *non sono in condizioni simmetriche*, causa la *rotazione terrestre*.

Sia K un RI che si muove insieme alla Terra ma senza ruotare: in K l'orologio 1 ha velocità *maggiore* di 2.

Anzi: rispetto a K ambedue gli orologi *viaggiano verso Est*: infatti la velocità di un aereo normale è *minore* della velocità periferica della Terra.

All'equatore questa vale circa 460 m/s, ben superiore alla velocità del suono; ma gli aerei di linea non sono supersonici!

La differenza fra i due aerei è che (sempre rispetto a K) uno viaggia più velocemente dell'altro, perché 1 *somma* la sua velocità a quella della Terra, mentre 2 *la sottrae*.

Il tempo segnato da un orologio dipende dal suo moto?

Il condizionamento dovuto alla tradizione spinge a leggere il risultato dell'esperimento H–K in un certo modo, che non è il migliore.

Questo è un punto centrale, che occorre esaminare attentamente.

È molto facile credere che l'esperimento dimostri che il tempo segnato da un orologio *dipende dal suo moto*.

La nostra discussione sarà centrata proprio su questo punto.

Il ritardo è genuino?

Un dubbio che può venire in mente è: come possiamo sapere che durante il viaggio sugli aerei gli orologi non siano stati disturbati in qualche modo?

È un problema presente in qualunque esperimento di fisica.

È giusto ricordare che agli esperimenti non si deve credere ciecamente: un esperimento può anche essere sbagliato, può essere stato fatto in condizioni scorrette.

Ma gli esperimenti significativi vengono verificati, analizzati, vagliati sotto tutti i punti di vista: alcuni resistono, altri no.

Se l'esperimento H–K, *dopo oltre 40 anni*, ha retto alle critiche, conviene accettarne il risultato.

La marcia di un orologio non dipende dal suo moto

Perché non si può dire che il tempo segnato dall'orologio dipende dalla velocità dell'aereo?

Ce lo impedisce il PR.

Il PR ci dice che il funzionamento di *ogni orologio che sta in un RI è uguale a qualunque altro.*

Non ci può essere nessuna differenza tra i due: altrimenti l'esperimento ci permetterebbe di determinare lo stato di moto di un orologio.

Ma soprattutto:

Qui non stiamo discutendo il classico caso di due orologi in moto relativo uniforme, osservati dal rif. in cui uno è fermo e l'altro è in moto.

Qui ci sono sì due orologi, ma nei momenti in cui li confrontiamo — alla partenza e all'arrivo — essi sono in *quiete relativa*: entrambi fermi all'aeroporto.

Quest'osservazione apre però la porta a un'obiezione *più fondamentale*.

Visto che partono e arrivano insieme, *i due orologi non possono trovarsi entrambi in RI*, che per definizione sono in moto relativo *traslatorio, rettilineo, uniforme*.

Gli orologi di H–K non sono in riferimenti inerziali!

Ma se un aereo che viaggia intorno alla Terra non è un RI, il richiamo al PR è *fuori luogo*.

Ragioniamo...

È senz'altro vero che gli orologi sono accelerati, con accelerazione v^2/R (se v è la velocità rispetto a K, R il raggio della Terra).

A conti fatti, le accelerazioni sono risp. 0.07 m/s^2 e 0.009 m/s^2 : in entrambi i casi piccole rispetto a g , oltre un fattore 100 (il che prova che non sono in caduta libera).

Ma nemmeno un orologio fermo sulla Terra è in caduta libera; perciò la vera domanda diventa questa: *che effetto ha sugli orologi atomici usati da Hafele e Keating, il fatto che gli aerei sono accelerati?*

Chiediamo aiuto al PE

Il PE ci dice che l'effetto di tali accelerazioni sarà del tutto equivalente a quello di una variazione di g .

Nel nostro caso, una variazione inferiore all'1%.

(Infatti sugli aerei agisce anche la forza di gravità: l'accelerazione ha solo l'effetto di cambiarne un po' il valore nel rif. dell'aereo).

Ma noi sappiamo che la marcia un orologio atomico, per come è fatto, è influenzata *in modo trascurabile* da variazioni di g di quell'ordine.

Quindi la risposta è **no**: *a questo livello gli effetti dell'accelerazione degli aerei sono irrilevanti.*

La relatività è una

Qui si vede, su un esempio concreto ma fondamentale, che cosa vuol dire che *la relatività è una*.

Non si può discutere un problema come questo, che tradizionalmente sarebbe considerato di RR, senza far uso del PE, ossia *senza idee che appartengono alla RG*.

Anche se forse, in una prima presentazione didattica, può essere opportuno trascurare questa complicazione...

Riepilogando

Il moto, nel senso di moto uniforme dell'aereo, non ha effetto grazie al PR.

L'accelerazione centripeta del rif. possiamo ritenerla equivalente a una forza di gravità addizionale.

L'effetto di questa sull'orologio possiamo studiarlo in laboratorio e mostrare che è trascurabile.

Il tempo assoluto non esiste

Torniamo dunque all'esperimento.

Sappiamo che gli orologi vanno bene, che non ci sono ragioni fisiche perché non debbano segnare il tempo giusto.

Quindi se nell'esperimento H–K i due orologi, *partiti d'accordo*, ritornano segnando *tempi diversi*, non si può più parlare di *tempo assoluto*.

Ciascun orologio segna *il suo tempo*, che dipende dal modo come esso *percorre lo spazio-tempo*.

Un'analogia: i percorsi stradali

(È un'analogia che vale molto di più di quanto può sembrare a prima vista...)

È ovvio che non c'è una sola distanza fra due città: *dipende dalla strada*.

Non ci verrà certo in mente di dire che il contachilometri della nostra macchina funziona diversamente a seconda della strada che scegliamo: è la lunghezza del percorso che *non è assoluta*.

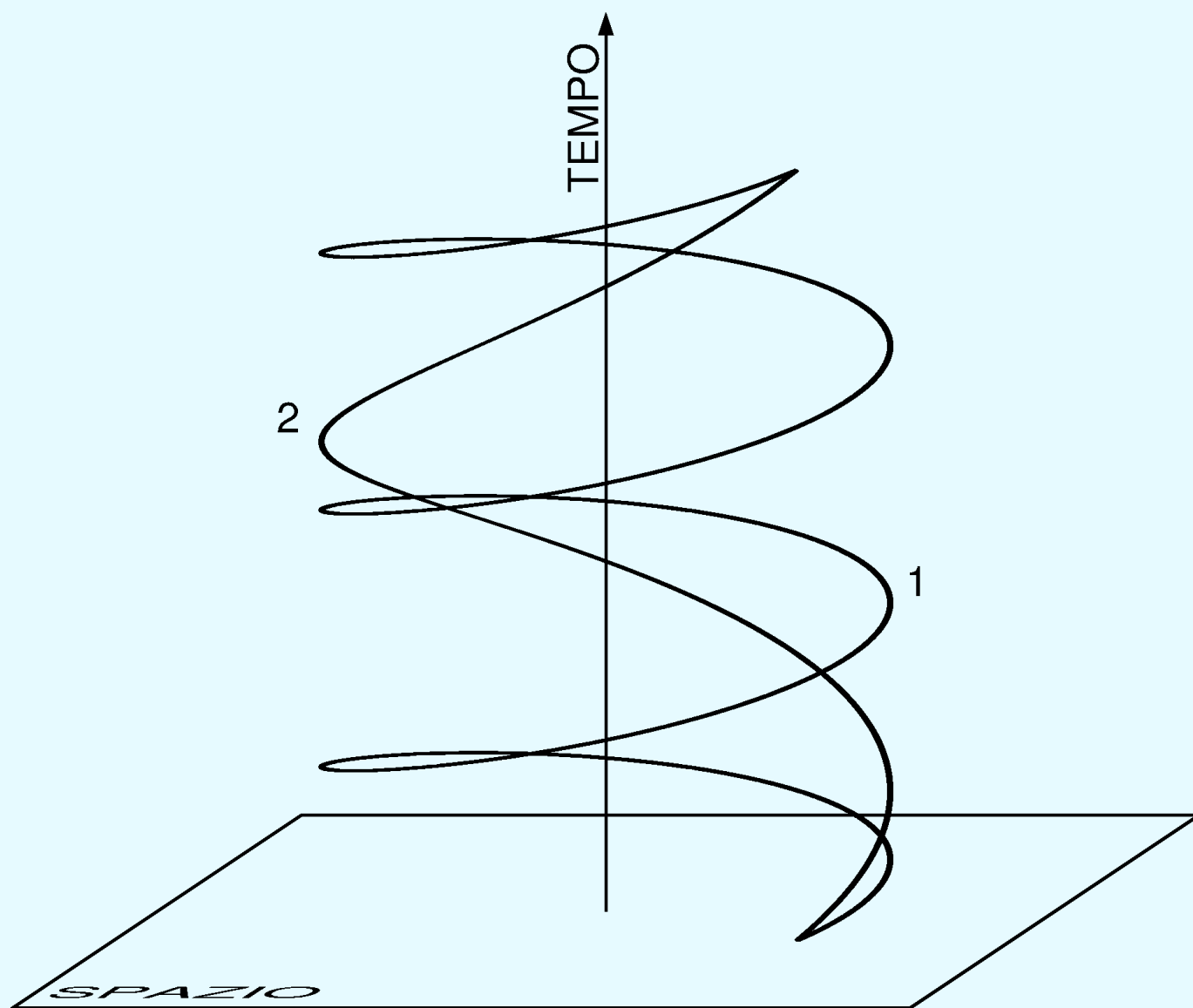
Da una città all'altra si può andare per più strade (concettualmente infinite) e *ciascun percorso ha una sua lunghezza*.

Nessuno ci trova niente di strano, perché ci siamo abituati per lunga esperienza.

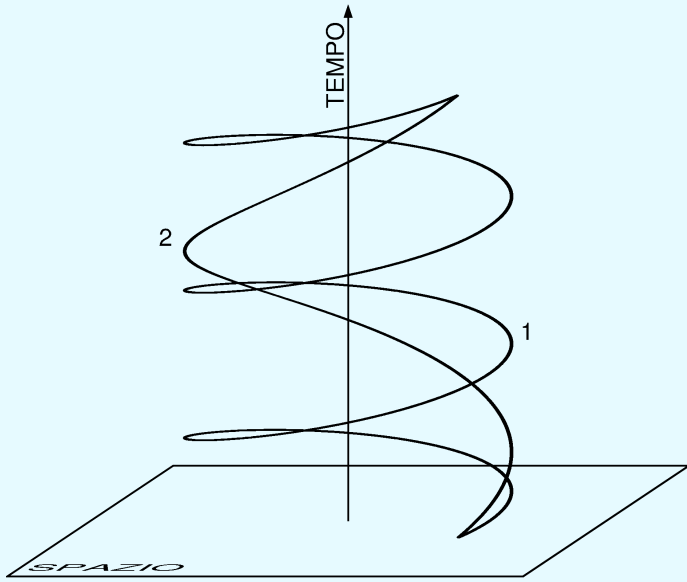
Ora stiamo scoprendo che *con lo spazio-tempo succede la stessa cosa*.

Fissati due punti dello spazio-tempo, *esistono infiniti percorsi* (linee orarie, ossia moti di corpi) che li uniscono, e ciascuno ha una sua “lunghezza” (leggi: *tempo segnato dall'orologio*).

È questo il quadro concettuale che in relatività *sostituisce il tempo assoluto* newtoniano.



Spiegazione della figura



Rappresenta lo spazio-tempo, con due sole dimensioni spaziali.

Le due eliche, contrassegnate 1 e 2, sono le linee orarie dei due aerei.

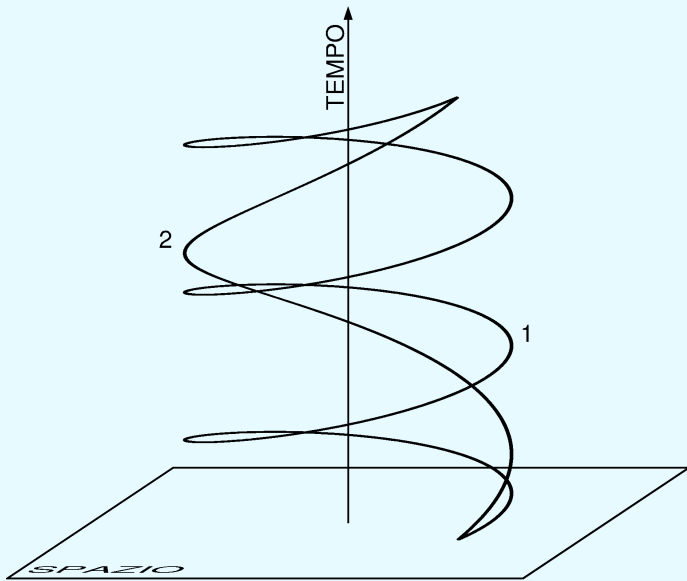
Entrambe “salgono” nel tempo in senso antiorario, come già detto; ma 1 fa tre giri nel tempo in cui 2 ne fa solo uno, causa la diversa velocità in K .

Apparentemente l'elica 1 è più lunga, perché siamo abituati a guardare le figure con la *metrica euclidea*.

Invece con la *metrica di Minkowski*, causa il segno “meno” alla parte spaziale, la 1 è più corta.

E infatti l'orologio 1 segna un intervallo di tempo (proprio) *più breve*.

La figura non è in scala!



Il raggio del cilindro su cui si avvolgono le eliche rappresenta il raggio della Terra: circa 6400 km.

L'intervallo di tempo tra partenza e arrivo è 50 ore, che per avere $c = 1$ va visto come uno spazio di 50 ore-luce $= 5.4 \times 10^{10}$ km.

Il rapporto è 8.4×10^6 , il che significa che per avere una figura in scala sullo schermo, le eliche dovrebbero essere lunghe qualche migliaio di km.

Perciò, anche se una fa un giro e l'altra tre, la differenza tra le loro lunghezze riesce assai piccola.

Che si usi la metrica euclidea o quella di Minkowski non importa: la differenza è sempre piccola. Solo che con la metrica euclidea 1 è più lunga di 2, con la metrica di Minkowski è l'opposto.

Esperimenti sulla “dilatazione del tempo”

Fra gli altri, esistono due gruppi di esperimenti classici che fanno uso dei muoni:

- 1) Vita media di muoni prodotti in atmosfera (Rossi-Hall 1940, Frisch-Smith 1963; v. anche il film PSSC *La dilatazione del tempo*).
- 2) Vita media di muoni in acceleratori (Lundy 1962 e successivi).

Rimando a [5] lez09.pdf.

Collegamenti (links)

[1] Indicazioni Nazionali:

http://www.sagredo.eu/PI-14-fismod/Liceo_Scientifico.pdf

[2] Syllabus:

<http://www.sagredo.eu/PI-14-fismod/Syllabus.pdf>

[3] Seminario al Congresso AIF 2008:

<http://www.sagredo.eu/articoli/fismod.pdf>

[4] Queste lezioni:

<http://www.sagredo.eu/PI-14-fismod/Pisa-2014-fismod-n.pdf>

(n sta per il n. d'ordine della lezione).

Questa è una collocazione temporanea.

[5] Relatività:

<http://www.sagredo.eu/Q16>

(esiste anche la versione stampata).

[6] Esempio di seconda prova:

http://www.aif.it/ArchivioA/AIF_seconda_prova_di_fisica.pdf

[7] Sulla “addizione” delle velocità:

<http://www.sagredo.eu/articoli/addvel-2.pdf>

[8] Sul paradosso dei gemelli:

<http://www.sagredo.eu/divulgazione/relgem/relgem1.htm>

[9] Le “mie indicazioni nazionali”:

<http://www.sagredo.eu/varie/mie-indicazioni-short.pdf>

[10] Obiettivi dell'insegnamento della meccanica:

<http://www.sagredo.eu/varie/Pavia-2012-short.pdf>